



 **Union
Investment**

Edition Risikomanagement 1.11

Nutzen und Grenzen von Risikomodelle

Philip Bertram – Daniel Rösch – Philipp Sibbertsen

Die Autoren

Dr. Philip Bertram

Institut für Statistik
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
Königsworther Platz 1
30167 Hannover
Tel.: 0511 762-3080
Fax: 0511 762-3923
<http://www.statistik.uni-hannover.de>
E-Mail: bertram@statistik.uni-hannover.de

Professor Dr. Daniel Rösch

Institut für Banken und Finanzierung
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
Königsworther Platz 1
30167 Hannover
Tel.: 0511 762-4668
Fax: 0511 762-4670
<http://www.finance.uni-hannover.de>
E-Mail: daniel.roesch@finance.uni-hannover.de

Professor Dr. Philipp Sibbertsen

Institut für Statistik
Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
Königsworther Platz 1
30167 Hannover
Tel.: 0511 762-3783
Fax: 0511 762-3923
<http://www.statistik.uni-hannover.de>
E-Mail: sibbertsen@statistik.uni-hannover.de



Inhalt

	Vorwort	4
1	Einleitung	5
2	Sicherheit, Risiko und Risikomodelle	7
2.1	Anlegerpräferenzen	7
2.2	Risikomodelle in der Anlagepraxis	8
2.3	Nutzen und Grenzen von Risikomodeln	11





3	Fallstudien	17	4	Zusammenfassung und Ausblick	34
3.1	Kurzübersicht	17			
3.2	Fallstudie 1: Risikomodelle für Aktien	17	5	Literaturverzeichnis	36
3.2.1	Renditeprognosen	17			
3.2.2	Stilisierte Fakten	18			
3.2.3	Volatilitätsmodelle	22			
3.2.4	Abhängigkeitsmodelle	26			
3.3	Fallstudie 2: Risikomodelle für Asset-Klassen mit wenigen beobachtbaren Daten	28			

Vorwort



Sehr geehrte Damen und Herren,

Risikomanagement basiert auf einer gelungenen Symbiose von Mensch und Maschine. Ohne finanzmathematische Modelle und Computer ist ein strukturiertes Risikomanagement nicht möglich. Nicht erst seit der Finanzkrise sind diese Modelle in die Kritik geraten. Die Kritik an den methodischen Schwachstellen der Modelle muss ernst genommen werden. Denn der Umgang mit den Risiken ist nur so gut, wie die Modelle in der Lage sind, die Wirklichkeit abzubilden. Hier gibt es Nachholbedarf. Man sollte diese Modelle nicht in die Abstellkammer des Risikomanagements schieben, sondern sie so weiterentwickeln, dass sie in der Lage sind, künftig schneller auf Marktveränderungen zu reagieren. Dies gilt für Szenarioanalysen genauso wie für dahinterliegende Kennziffern wie zum Beispiel den Value-at-Risk.

Die diesjährige Risikomanagementstudie von Union Investment, die von Professor Daniel Rösch, Professor Philipp Sibbertsen und Philip Bertram von der Leibniz Universität Hannover erstellt wurde, untersucht daher den Nutzen und die Grenzen von Risikomodelle.

Darüber hinaus muss der Faktor Mensch in den Fokus gerückt werden. Denn die Kunst der guten Risiko- steuerung besteht darin, den Prozess der Ergebnisgewinnung zu kennen und aus ihm die richtigen Schlüsse zu ziehen. Dazu bedarf es eines selbständig denkenden Portfoliomanagers, der Entscheidungen nicht modell- gläubig an den Computer delegiert, sondern eigenständig trifft. Wichtig ist das Wissen um die Wirkungsweise der angewandten Modelle, um ihre blinden Flecken und grundsätzlichen Annahmen und Parameter. Um diese Herausforderungen meistern zu können, braucht es neben einer erstklassigen Ausbildung und einer analyti- schen Denkweise viel Erfahrung sowie eine auf Eigenverantwortung ausgerichtete Unternehmens- und Risiko- managementkultur.

Ich wünsche Ihnen eine anregende Lektüre!

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'A. Schindler', written in a cursive style.

Alexander Schindler

1 Einleitung

Die Krisen der vergangenen Jahre haben die Finanzmärkte und das Anlegerverhalten nachhaltig geprägt. Die US-Subprime-Hypothekenkrise, Verbriefungskrise, Bankenkrise, Finanzkrise, Wirtschaftskrise, Staatsschuldenkrise und Eurokrise haben zu einer starken Verunsicherung der Investoren geführt. Anleger mussten beispielsweise angesichts der Pleite von Lehman Brothers im September 2008 erfahren, dass einige Gesetze der Kapitalmärkte teilweise außer Kraft gesetzt waren und sogar als sicher empfundene Anlagen Risiken bergen können. Dies macht sich in einer verstärkten sogenannten „Flight-to-Quality“ (Flucht in Qualität) bemerkbar, die darin besteht, dass Investoren Anlagetitel mit hoher wahrgenommener Qualität (zum Beispiel mit erstklassigen Ratings wie etwa Bundesanleihen) präferieren, da hier die Anlageunsicherheiten am geringsten sind. Die vermehrte Nachfrage nach sicheren Papieren hat wiederum zur Folge, dass die Renditen dieser Titel sinken und mittlerweile ein Niveau erreicht haben, das nicht einmal mehr einen Inflationsausgleich bietet.

Dieser Hintergrund zeigt, in welchem schwierigen Umfeld sich Anleger zurzeit bewegen: Hohe Unsicherheit über die Entwicklungen an den Finanzmärkten drängt institutionelle wie private Anleger in Anlageklassen, die kaum befriedigende Renditen erwirtschaften. Die starke Dominanz der Sicherheit in der Anlageentscheidung legt die Vermutung nahe, dass bisherige Methoden zur Messung von und zum Umgang mit Kapitalmarktrisiken teilweise versagt haben. Im Zuge der Subprime- und Finanzkrise wurde teils vehemente Kritik an Methoden zur Risikomessung geäußert. Die vorliegende Studie hat zum Ziel, Stärken und Schwächen von Modellen und Methoden zur Abbildung von Risiken („Risikomodelle“) zu beleuchten. Dabei werden zunächst anhand der jährlichen Umfrage von Union Investment der Status quo des Anlegerverhaltens und der Anlegerpräferenzen sowie die gängige Praxis im Umgang mit Risikomodelle untersucht. Anschließend werden Nutzen und Grenzen von Risikomodelle diskutiert, die im Rahmen zweier Fallstudien tiefer analysiert werden.

Es werden Stärken und Schwächen von Modellen und Methoden zur Abbildung von Risiken beleuchtet.

Die wichtigsten Ergebnisse der Studie sind:

- Gegenüber den Vorjahren hat für institutionelle Anleger der Aspekt „Sicherheit“ bei der Anlageentscheidung noch einmal stark an Bedeutung gewonnen, während die Bedeutung der Liquidität deutlich zurückgegangen ist. Der Trend zu einer sicherheitsorientierten Kapitalanlage hält weiter an. Die Vermeidung von Verlusten oder des Unterschreitens von Mindestrenditen wird bei der Kapitalanlage als wichtiger als jemals zuvor angesehen
- Modelle zur Risikoeinschätzung und -prognose werden von einer großen Mehrheit der Befragten als wichtig beurteilt. Die Ereignisse der letzten Jahre und die damit einhergehende Fokussierung auf Sicherheit haben offensichtlich eine Sensibilisierung für die Identifikation und Messung von Risiken – trotz zahlreicher Kritik an mathematischen Modellen – bewirkt
- Im Kontrast dazu wird von einer Mehrheit der Befragten der Entwicklungsstand ihrer Modelle als nicht hoch oder nicht außerordentlich hoch bezeichnet. Vielfach wird also hier ein Nachholbedarf deutlich
- Von zentraler Bedeutung sind die Einsatzmöglichkeiten und die Leistungsfähigkeit der Modelle. Risikomodelle ermöglichen in erster Linie eine Sichtbarmachung wesentlicher Risiken und Risikofaktoren und können damit die Transparenz erhöhen und zielorientiert zur Steuerung eingesetzt werden. Nicht alle Modelle jedoch sind für alle Asset-Klassen beziehungsweise Risikoarten gleich gut geeignet. Modelle stoßen als vereinfachte Abbilder der Realität definitionsgemäß früher oder später an Grenzen und dieser Umstand muss beim Umgang mit Modellen berücksichtigt werden. Insbesondere die Schätzung mittels beziehungsweise die Kalibrierung anhand historischer Daten stellen kritische Punkte der Modelle dar
- Modelle werden von einer Mehrheit der Befragten zum Zweck der Prognose von Renditen, Volatilitäten und anderen Risikomaßen eingesetzt, vornehmlich im Bond- und Rentenbereich, gefolgt vom Aktienbereich. Wenngleich nur gut ein Drittel der Befragten Modelle für Korrelationen einsetzt, so ist dennoch über 90 Prozent der Befragten die Abbildung von Diversifikationseffekten wichtig

- Im Bereich der Renten- und Aktienmärkte, wo in der Regel eine gute Datenabdeckung über Finanzzeitreihen gegeben ist, können statistisch-ökonomische Modelle zu deutlich verbesserten Volatilitätsprognosen führen. Auch die Einbeziehung von Abhängigkeiten (beziehungsweise Korrelationen) kann bei Finanzzeitreihen zu einer verbesserten Prognosegüte führen, die allerdings durch höhere Komplexität erkauft wird
- Im Falle von Asset-Klassen, für die kaum historische Daten verfügbar sind, sind Risikomodelle deutlich schwieriger zu spezifizieren beziehungsweise zu kalibrieren als für „klassische“ Finanzzeitreihen wie etwa Aktienrenditen. Am Beispiel von Kredit- und Verbriefungsrisiken wird gezeigt, dass eine Kalibrierung des Risikomodells über eine geringe Anzahl historischer Daten zu einer großen Unschärfe bei der Risikoprognose führen kann. Dies gilt es bei der Analyse und der Anlageentscheidung mit zu berücksichtigen

Die Studie ist wie folgt aufgebaut:

- In Kapitel 2 werden zunächst die wesentlichen Ergebnisse der Umfrage präsentiert. Vor dem Hintergrund der Sicherheitspräferenzen und Risikoneigungen der Investoren werden dann allgemeine Eigenschaften, Nutzen und Grenzen von Risikomodellen diskutiert
- Kapitel 3 enthält Fallstudien zu Risikomodellen, in denen exemplarisch Stärken und Schwächen einzelner Modelle analysiert werden
- Kapitel 4 fasst die wesentlichen Erkenntnisse zusammen



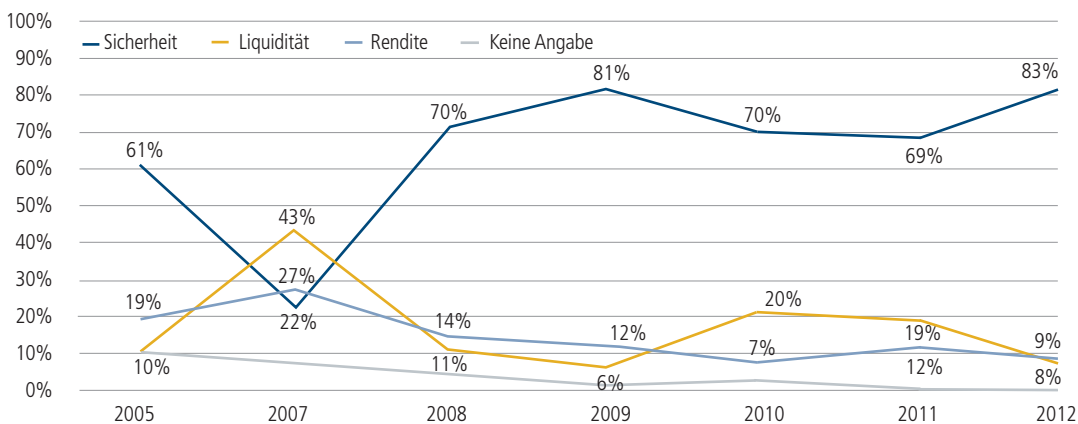
2 Sicherheit, Risiko und Risikomodelle

2.1 Anlegerpräferenzen

Die seit 2005 jährlich von Union Investment durchgeführte Befragung institutioneller Anleger untersucht wichtige Aspekte bei Anlageentscheidungen. Befragt wurden 106 institutionelle Anleger in Deutschland im Zeitraum vom 9. Mai bis 22. Juni 2012. Die Befragten verfügen über ein Anlagevolumen von insgesamt 900 Milliarden Euro. Im Jahr 2012 nannten 83 Prozent (2011: 69 Prozent) der Befragten „Sicherheit“ (also Risiko-Vermeidung) als wichtigstes Kriterium, während die Bedeutung der Liquidität auf acht Prozent gesunken ist (2011: 19 Prozent). Insgesamt zeigen sich seit Beginn der Krisen 2007/2008 eine starke Tendenz hin zu sicheren Anlagen und eine geringe Bedeutung von Rendite und Liquidität. An den Finanzmärkten kommt dies in einer „Flight-to-Quality“ (Flucht in Qualität) zum Ausdruck, die die hohe Nachfrage nach und damit die sinkenden Renditen von Anlagen hoher wahrgenommener Bonität erklärt. Eine solche Qualitätsflucht wird in der Regel durch ungewöhnliche Ereignisse und Finanzinnovationen hervorgerufen (vergleiche Caballero und Krisnamurthy [2008]). Die Geschehnisse der vergangenen Jahre und die Kritik an Methoden zur Risikomessung haben also die Anlegerpräferenzen offensichtlich nachhaltig beeinflusst.

Für 83 Prozent der Befragten ist „Sicherheit“ das wichtigste Anlagekriterium.

Abbildung 1:
wichtigste Aspekte bei den Anlageentscheidungen



Auch die Selbsteinschätzung der Risikoneigung zeigt eine ähnliche Tendenz. Während der Anteil sicherheitsorientierter Anleger im Vergleich zum Vorjahr nahezu konstant blieb, ist nun auch der vormalig noch geringe Anteil spekulativer/chancenorientierter Anleger gänzlich verschwunden (vergleiche Abbildung 2). Die Vermeidung von Verlusten und die Vermeidung der Unterschreitung von Mindestrenditen spielen zudem eine größere Rolle als in den Jahren zuvor (vergleiche Abbildung 3). Während sich bis 2011 der Trend zu höherer Sicherheit langsam wieder abzuschwächen schien, ist durch die Entwicklungen an den Kapitalmärkten im Jahr 2012 wieder eine stärkere Vorsichtsnäigung eingeleitet.

Abbildung 2:
Risikoneigung bei der Kapitalanlage

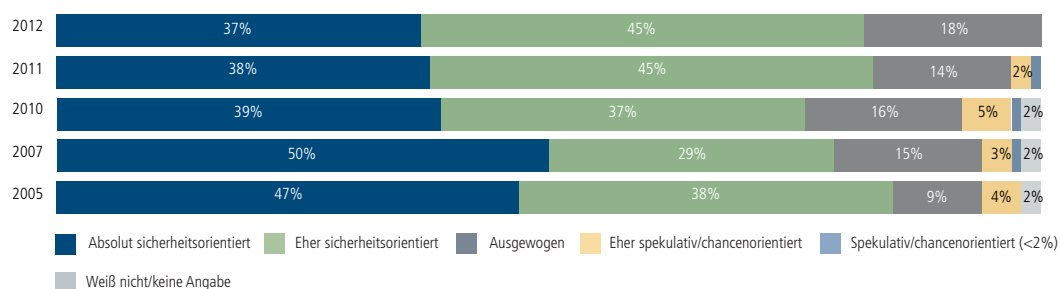
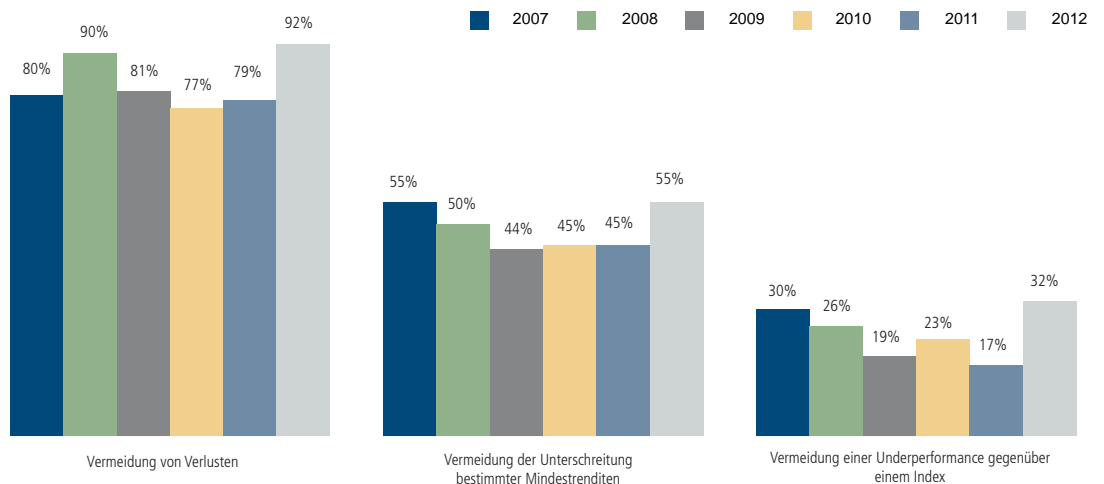


Abbildung 3:
Bedeutung von Verlusten, Mindestrenditen und Index-Underperformance



2.2 Risikomodelle in der Anlagepraxis

Bevor die Studie sich mit Bedeutung, Nutzen und Grenzen von Risikomodellen im Anlageprozess beschäftigt, soll kurz der Begriff „Risikomodell“ erklärt werden. Hierzu wird zunächst „Risiko“ im Rahmen einer Anlageentscheidung definiert, im Anschluss erfolgt die Klärung des Begriffs des Modells. Im Rahmen einer Anlageentscheidungssituation sollen Problemlösungen generiert werden, mit deren Aktionen als Folge einer Entscheidung (zukünftige) Konsequenzen oder Ergebnisse verbunden sind (vergleiche zur Entscheidungstheorie allgemein etwa Bamberg et al. [2012], S. 12). Diese werden außerdem vom Umfeld der Entscheidung beeinflusst, das heißt denjenigen Faktoren, die nicht direkt vom Entscheidungsträger abhängig sind. Weiß man lediglich, dass irgendeiner der möglichen Zustände (zum Beispiel Auszahlungen oder Renditen) eintreten kann, befindet man sich in einer Situation unter Ungewissheit oder Unsicherheit. Wenn Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten der jeweiligen möglichen Zustände bekannt sind, liegt eine Situation unter Risiko vor. Kennt man hingegen den tatsächlichen zukünftigen Umweltzustand, befindet man sich in der Sicherheitssituation. In einer Risikosituation kann der zukünftige Umweltzustand also nicht mit Sicherheit vorhergesagt werden. Wohl am häufigsten finden Situationen unter Risiko (klassisches Beispiel ist die Markowitz'sche Portfoliotheorie) Verwendung in Praxis und Wissenschaft, wenngleich in den letzten Jahren auch zunehmend Ansätze unter Unsicherheit zu finden sind.

Risiko wird als Gefahr (und gegebenenfalls Chance) möglicher Abweichungen vom Erwartungswert aufgefasst.

Unter einem Modell ist eine zweckorientierte relationseindeutige Abbildung der Realität zu verstehen (vergleiche Bamberg et al. [2012], S. 14). Ein Risikomodell kann dann als Abbildung der Realität (in einer Entscheidungssituation unter Risiko) beschrieben werden, die Aussagen machen soll über die Wahrscheinlichkeiten und/oder die Höhen der Abweichungen der möglichen Ergebnisse von ihrem Erwartungswert. Risiko wird damit als Gefahr (und gegebenenfalls Chance) möglicher Abweichungen vom Erwartungswert aufgefasst. Ein Risikomodell stellt in der Regel dann diese „Gefahr“ komprimiert in einer oder mehreren Kennziffern dar, wie etwa Volatilität, Beta-Faktor, Value-at-Risk oder Expected Shortfall. Im Rahmen einer Anlageentscheidung kann dann auf Basis von Risikomodellen abhängig von den Zielen und Präferenzen des Investors beispielsweise versucht werden, eine bestimmte Risikokennziffer zu minimieren oder das Risiko gar zu eliminieren.

Per Konstruktion sind Risikomodelle stark mathematisch-statistisch geprägt und unterscheiden sich typischerweise hinsichtlich der Asset-Klasse beziehungsweise Risikoart, für die sie ausgelegt sind, des dafür relevanten Zeithorizonts, der zu modellierenden und prognostizierenden Risikokennziffer sowie hinsichtlich ihrer Komplexität und ihres Entwicklungsstandes.

- In der Umfrage von Union Investment im Jahr 2012 gaben 85 Prozent der Manager an, ein solches Modell als mindestens „eher wichtig“ bis „außerordentlich wichtig“ einzuschätzen (vergleiche Abbildung 4), für 76 Prozent der Manager spielen Risikomodelle im Rahmen der Entscheidungsprozesse eine mindestens „eher wichtige“ Rolle (vergleiche Abbildung 5)
- Die bedeutendsten Asset-Klassen, für die Modelle zum Einsatz kommen, sind mit 73 Prozent Anleihen und Rentenpapiere (vergleiche Abbildung 6), gefolgt von Aktien (57 Prozent), Geldmarktinstrumenten (40 Prozent) und Immobilien (33 Prozent). Für Asset Backed Securities, Private Equity und Hedgefonds werden eher selten Modelle verwendet. Dies liegt sicherlich auch in der Schwierigkeit begründet, die Risiken dieser Asset-Klassen mittels Modellen abzubilden, was deutlich am Beispiel Asset Backed Securities im Rahmen der Finanzkrise zu Tage getreten ist. Weitere Schwierigkeiten beim Einsatz von Modellen werden weiter unten erörtert
- Auch hinsichtlich der zu prognostizierenden Risikokennzahl unterscheiden sich die Umfrageergebnisse (vergleiche Abbildung 7). So stellen in der Regel Risikomaße, wie etwa der Value-at-Risk oder Volatilitäten, und Renditen selbst die zu prognostizierenden Zielgrößen dar, während Korrelationsmaße nur in etwa einem Drittel der Fälle eine Rolle spielen. Gleichwohl ist mit 90 Prozent dem Großteil der Manager die Abbildung von Diversifikationseffekten mindestens „eher wichtig“ (vergleiche Abbildung 8)
- Der Entwicklungsstand ihrer Modelle wird von knapp drei Viertel der Befragten als mindestens „eher hoch“ eingeschätzt, während immerhin etwa ein Viertel den Entwicklungsstand als höchstens „eher gering“ einschätzt (vergleiche Abbildung 9). Dabei werden knapp zwei Drittel der Modelle hauptsächlich intern entwickelt (zum größten Teil allerdings mit externer Unterstützung), während etwa ein Drittel der Modelle hauptsächlich extern mit interner Unterstützung oder ausschließlich extern entwickelt wird (vergleiche Abbildung 10). Hinsichtlich des verwendeten Sachaufwands für Risikomodelle ergab sich in der Umfrage eine recht große Spannweite, die durchschnittlichen Ausgaben belaufen sich auf knapp fünf Prozent des gesamten Sachaufwands pro Jahr (vergleiche Abbildung 11)

Abbildung 4: Wichtigkeit eines Risikomodells

Als wie wichtig schätzen Sie ein statistisches Modell für die Risikobewertung ein?

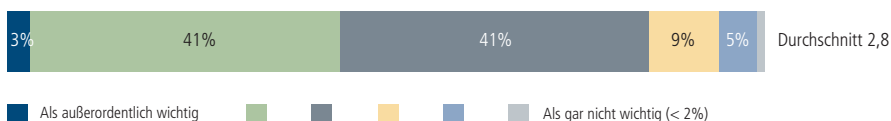


Abbildung 5: Rolle von Risikomodellen bei Entscheidungsprozessen

Welche Rolle spielen die Risikomodelle in Ihrem Unternehmen im Rahmen Ihrer Entscheidungsprozesse?

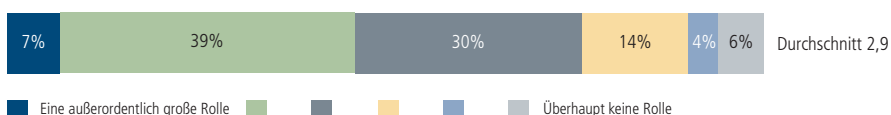


Abbildung 6: Risikomodelle und Asset-Klassen

Für welche der folgenden Asset-Klassen werden Risikomodelle in Ihrem Unternehmen angewendet?

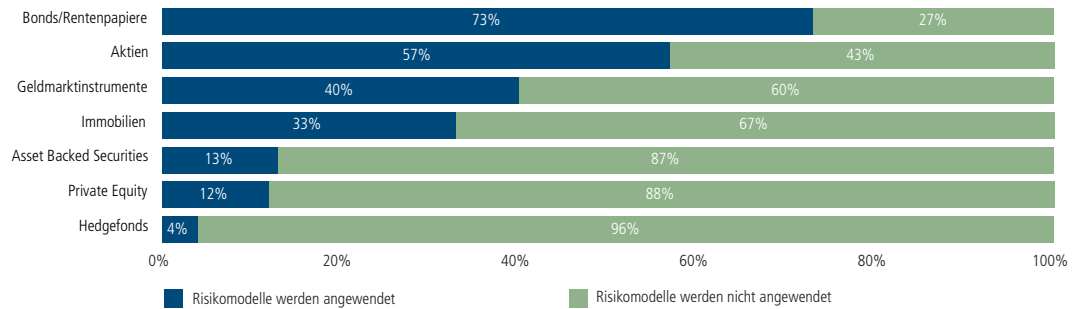


Abbildung 7: Prognoseziele

Für welche der folgenden Prognoseziele werden Risikomodelle in Ihrem Unternehmen angewendet?

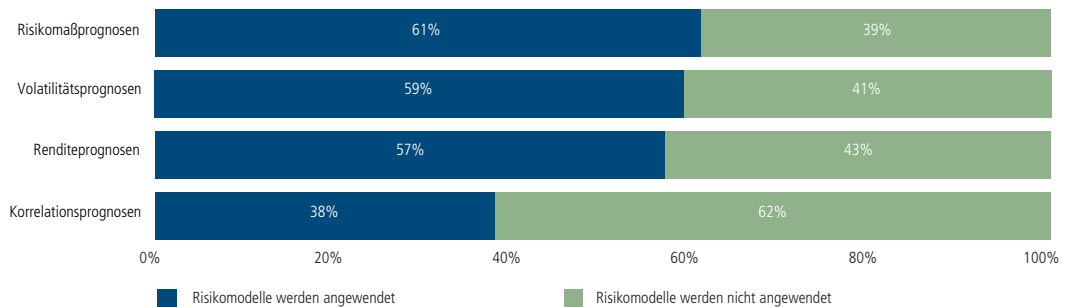


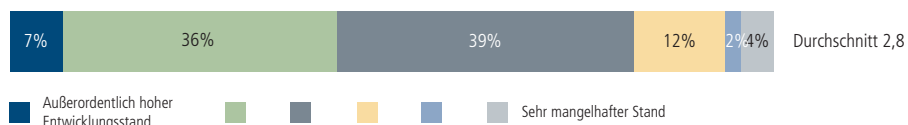
Abbildung 8: Wichtigkeit der Abbildung von Diversifikationseffekten

Für wie wichtig halten Sie die Abbildung von Diversifikationseffekten in Risikomodelle?



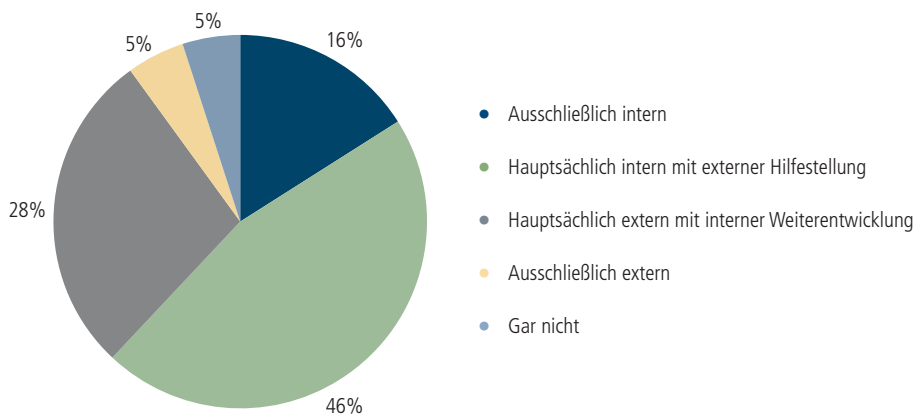
Abbildung 9: Entwicklungsstand

Wie schätzen Sie den Entwicklungsstand der in Ihrem Unternehmen verwendeten Risikomodelle ein?



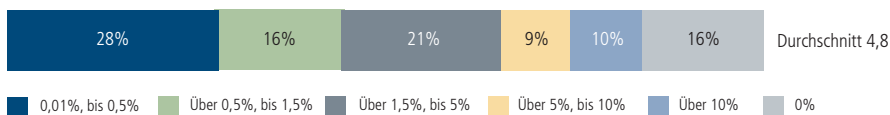
**Abbildung 10:
externe versus interne Entwicklung von Risikomodelle**

Auf welchem der nachfolgenden Wege werden Risikomodelle in Ihrem Unternehmen entwickelt?



**Abbildung 11:
jährlicher Sachaufwand**

Bitte schätzen Sie ein, wie viel Prozent des Sachaufwandes in Ihrem Unternehmen pro Jahr für Risikomodelle verwendet werden



2.3 Nutzen und Grenzen von Risikomodelle

Angesichts der offensichtlich weiten Verbreitung von Modellen, ihrer großen Bedeutung und ihrer unterschiedlichen Einsatzgebiete in der Kapitalanlage ist der Frage nach Nutzen und Grenzen der Modelle genauer nachzugehen. Warum werden Modelle zum Beispiel vermehrt im Bereich Renten und Aktien eingesetzt, warum eher seltener im Bereich Hedgefonds und Asset Backed Securities? Welche Stärken und Schwächen haben Modelle bei der Prognose verschiedener Zielgrößen wie Volatilitäten oder Value-at-Risk?

Risikomodelle ermöglichen in erster Linie eine Messung der wesentlichen Risiken in ihrem Ausmaß und eine Identifikation der zu Grunde liegenden Risikotreiber und erhöhen damit das Risikoverständnis auf allen Ebenen innerhalb des Anlageprozesses (vergleiche hierzu etwa Jorion [2006]). Risikopotenziale, aber auch Chancen können aufgedeckt werden. Risikomodelle ermöglichen die Umsetzung von Risikostrategien sowie Risikomanagement und -Steuerungsmaßnahmen zur Risikominimierung beziehungsweise -vermeidung oder Renditeoptimierung. Risikomodelle können Transparenz schaffen und Informationsasymmetrien abbauen. Beispielsweise dienen je nach Anlageentscheidung und Unternehmen Modelle zur Erfüllung bestimmter aufsichtsrechtlicher Anforderungen beziehungsweise können direkt zu einer regulatorischen Eigenkapitalersparnis führen. Auch gegenüber verschiedenen Stakeholdern (zum Beispiel Kunden, Investoren, Öffentlichkeit, Kreditgeber) können Risikomodelle zum Beispiel durch die Erlangung eines besseren Ratings aufgrund eines klaren Risikoausweises Transparenz schaffen und zu größerem Kundenvertrauen, höherem Mittelzufluss oder besseren Refinanzierungskonditionen führen.

Risikomodelle ermöglichen die Umsetzung von Risikostrategien sowie Risikomanagement und -Steuerungsmaßnahmen zur Risikominimierung oder Renditeoptimierung.

Diesen Vorteilen stehen jedoch auch Schwächen gegenüber. Zunächst muss festgehalten werden, dass sich im Risikomanagement in der Regel die von Modellen generierten Prognosen (für Renditen, Volatilitäten oder andere Risikokennzahlen) auf die Zukunft beziehen. Bei allen Prognosen über zukünftige Ereignisse besteht

Für Renditen sind selbst mit „perfekten“ Modellen genaue Prognosen nicht möglich.

damit – außer in einer Situation unter Sicherheit – die Möglichkeit, dass ein anderes als das prognostizierte Ereignis eintritt, also ein Prognosefehler auftritt. So kann beim einfachen Beispiel eines Münzwurfs zwar nach eingehender Analyse der Münze und der Umweltbedingungen die Eintrittswahrscheinlichkeit für „Kopf“ oder „Zahl“ recht genau vorhergesagt werden, das konkrete Resultat jedoch nicht. Eine Prognose des Resultats „Kopf“ wäre im Glücksfalle (wenn „Kopf“ erscheint) richtig, im Pechfalle (wenn „Zahl“ erscheint) falsch. Insbesondere bei Größen, die im statistischen Sinne keine Parameter, sondern Zufallsvariablen darstellen, wie etwa Renditen, sind selbst mit „perfekten“ Modellen (wie etwa bei perfekter Analyse der Münze) genaue Prognosen der Realisationen nicht möglich, wenn man die Existenz von Hellsehern ausschließt. Dies ist also keine Schwäche des Modells. Bei der Prognose von Parametern (wie etwa der Wahrscheinlichkeit des Werfens von „Kopf“ oder der Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Mindestrendite erreicht wird) ist weiterhin das Modell selbst zu hinterfragen.

Hierzu ist in Erinnerung zu rufen, dass Modelle wie oben definiert Abbilder der Realität darstellen, daher die Realität nicht in vollem Ausmaß erfassen können und damit im besten Falle eine grobe Approximation an die Realität darstellen (vergleiche Derman, [1996]). „Perfekte“ Modelle existieren somit nicht. Gerade als Lehre aus der Subprime-Krise wurden Modelle vielfach als „zu einfach“ angesehen. Dadurch ergibt sich bei Verwendung eines Modells selbst wieder eine Art Risiko, nämlich die Gefahr, aufgrund der Modellschwächen eine Fehlentscheidung zu treffen. Dies wird meist als Modellrisiko bezeichnet und kann unterschiedliche Ursachen haben:

- Im weiteren Sinne kann Modellrisiko alle Fehlerquellen umfassen, die mit dem mathematisch-statistischen Modell in Verbindung stehen. Hierzu gehören fehlerhafte Daten, aber auch Verhalten und Fähigkeiten der Entwickler und Anwender selbst (vergleiche Crouhy et al. [1998]).
- In einem engeren Sinne bezieht sich Modellrisiko auf die Wahl, Spezifikation und Schätzung des statistisch-mathematischen Modells (vergleiche Sibbertsen et al. [2008]). So kann das Modell für die zu untersuchende Fragestellung unpassend sein, das Modell kann falsch spezifiziert sein, zum Beispiel mit deterministischen anstelle von stochastischen Volatilitäten, falsche Risikofaktoren beinhalten oder mit falschen Verteilungsannahmen arbeiten, oder das verwendete statistische Schätzverfahren kann ungeeignet sein. Zudem muss bei endlichen Stichprobenumfängen der statistische Schätzfehler berücksichtigt werden.

Vor allem für Renten und Aktien existieren lange und umfangreiche Datenhistorien und weit entwickelte Modelle, die sich zur Prognose von Volatilitäten und Korrelationen eignen.

Der Grad der Anfälligkeit von Modellen gegenüber Modellrisiken wird auch vom Entwicklungsstand des jeweiligen Modells bestimmt. Dieser wiederum ist aus der Wichtigkeit der Asset-Klassen für Anlagepraxis, Finanzinstitute und Regulierung sowie der meist damit einhergehenden Verfügbarkeit von Daten zur statistisch-ökonomischen Schätzung oder mathematischen Kalibrierung erwachsen. Je wichtiger eine Anlageklasse in der Vergangenheit war, desto höher sind in der Regel die industriell-praktische und die akademische Aufmerksamkeit und desto weiter entwickelt sind die Modelle. Vor allem im Bereich Renten und Aktien als „klassische“ Asset-Klassen existieren lange und auch im Querschnitt umfangreiche Datenhistorien und weit entwickelte Modelle, die sich insbesondere zur Prognose von Volatilitäten und Korrelationen eignen. Der höheren Schätzgenauigkeit bei höheren Stichprobenumfängen durch längere Zeitreihen steht allerdings die Gefahr gegenüber, Strukturbrüche zu übersehen und damit das Modell falsch zu spezifizieren beziehungsweise gar das falsche Modell zu wählen. Weiterhin lassen sich bei guter Datenverfügbarkeit Modellprognosen recht gut validieren, was wiederum die Gefahr von Overfitting reduziert. Dies erklärt unter anderem die oben gezeigte, in der Umfrage festgestellte eher weite Verbreitung von Risikomodellen für diese Anlageklassen. Im empirischen Teil dieser Studie werden zur Vertiefung und Verdeutlichung der Problematik im Rahmen einer Fallstudie für Aktien verschiedene Risikomodelle hinsichtlich Fähigkeiten für Volatilitäts- und Korrelationsprognosen verglichen. In einer weiteren Fallstudie wird im Rahmen des Kreditrisikos gezeigt, welche Auswirkungen mangelnde Datenverfügbarkeit bei manchen Asset-Klassen auf Prognosen von Risikokennziffern, wie etwa dem Value-at-Risk, haben kann.

Die Verwendung historischer Daten zur Schätzung oder Kalibrierung der Modelle stellt darüber hinaus einen generellen Schwachpunkt von Modellen dar. Durch Verwendung von Vergangenheitsdaten können in der Regel nur Ereignisse in Modellen abgebildet werden, die bereits in der zugrunde liegenden Historie „enthalten“ sind. Gerade für die Prognosen von Extremereignissen in Krisenzeiten (die sogenannten „Schwarzen

Schwäne“) sind Modelle nicht geeignet (vergleiche etwa Taleb [2008]), da für solche Szenarien keine Referenzpunkte aus der Vergangenheit vorliegen. Die Frage, inwieweit hier die Modellierung im Rahmen einer Situation unter Risiko (mit Verwendung von Wahrscheinlichkeiten) generell sinnvoll ist, wird weiter unten noch einmal aufgegriffen. Als möglichen Ausweg bieten sich hierzu Szenarioanalysen oder Stresstests an (vergleiche Rösch und Scheule [2008]).

Gerade für die Prognosen von Extremereignissen in Krisenzeiten (die sogenannten „Schwarzen Schwäne“) sind Modelle nicht geeignet.

Damit erscheint es wichtig, sowohl den oben skizzierten Prognosefehler als auch Modellfehler bei der Entwicklung und Interpretation von Risikomodellen zu berücksichtigen. Gut die Hälfte der Befragten geben an, die Möglichkeit von Fehlprognosen mindestens „eher zu berücksichtigen“. Etwa ein Drittel berücksichtigt diese nur teilweise (vergleiche Abbildung 12). Die Ursachen möglicher Fehlprognosen sehen die Manager in den oben genannten Quellen der Modellrisiken (vergleiche Abbildung 13). So sehen jeweils etwa 70 Prozent der Befragten die Gefahr durch Veränderung der politischen Rahmenbedingungen oder globale Ereignisse als mindestens „eher hoch“ an, also Faktoren, die eher die Wahl des Modells beeinflussen. Gut drei Viertel schätzen die Gefahr durch Modellierungsungenauigkeiten oder Schätz- beziehungsweise Kalibrierungsfehler, also Faktoren, die eher die Spezifikation und die Schätzung des Modells betreffen, als mindestens „eher hoch“ ein. Fehler durch Datenungenauigkeiten werden ebenfalls von etwa drei Viertel als relevant eingestuft, menschliches Versagen wurde mit circa 70 Prozent etwas seltener genannt und IT-Kapazitäten spielen als Ursache eine vergleichsweise untergeordnete Rolle.

Abbildung 12:
Berücksichtigung von Fehlprognosen:

Berücksichtigen Sie bei der Bewertung des Gesamtrisikos die Möglichkeit von Fehlprognosen in den Risikomodellen?

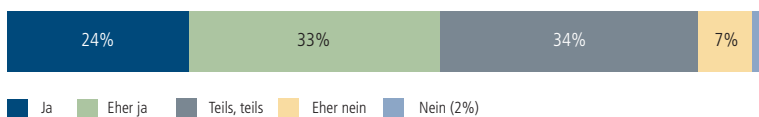
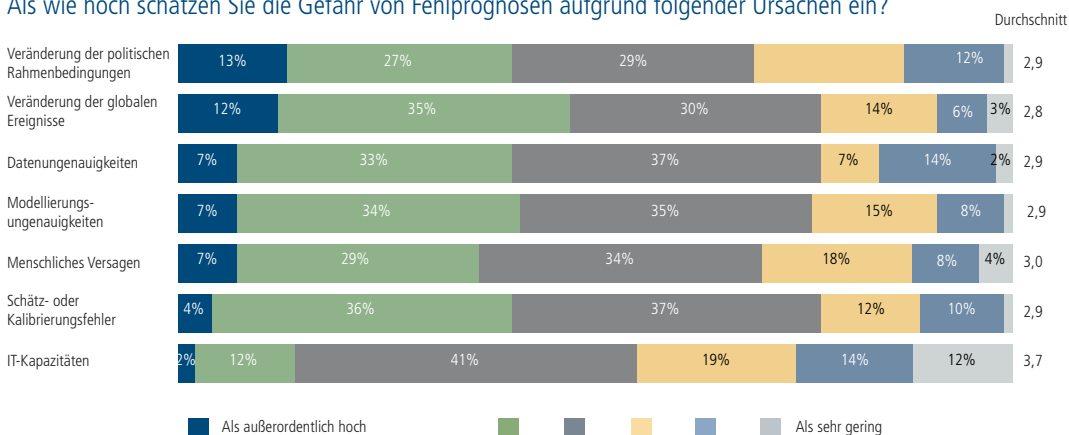


Abbildung 13:
Ursachen von Fehlprognosen:

Als wie hoch schätzen Sie die Gefahr von Fehlprognosen aufgrund folgender Ursachen ein?



Weiterhin beziehen sich viele Modelle aufgrund verschiedener Fristigkeiten unterschiedlicher Anlagen auf verschiedene Prognosezeiträume (etwa von einem Tag bis zu einem Jahr) und sind damit zu Steuerungszwecken auch nur für Entscheidungen mit entsprechender Fristigkeit geeignet. Verschiedene Zeiträume haben somit durchaus ihre Berechtigung und die Prognosezeiträume von Risikomodellen müssen auf die Fristigkeit

Globalmodelle stecken noch in den Kinderschuhen oder sind aus Gründen der Komplexität und Handhabbarkeit sehr einfach gehalten.

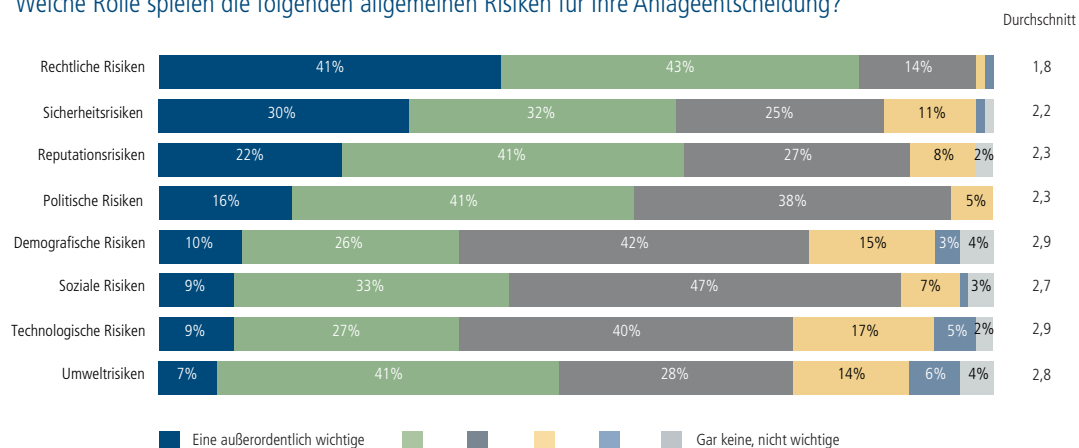
der Entscheidungen ausgerichtet werden. Auf lange Sicht könnten ansonsten Steuerungsimpulse aus kurzfristigen Kennzahlen zu Fehlallokationen führen. Zudem erschweren verschiedene Zeithorizonte ebenso wie verschiedene Modellansätze für verschiedene Risikoarten die Risikoaggregation. Bei der Aggregation von Risiken ist also darauf zu achten, dass vergleichbare Ansätze aggregiert werden. Jedes Modell und jede Fristigkeit kann durchaus seine/ihre Berechtigung haben. Wichtig ist, für die jeweilige Problemstellung das richtige Modell heranzuziehen.

Eine Schwäche liegt in der Erfassung von Interdependenzen zwischen Asset-Klassen und Risikoarten. Mathematisch-statistische Modelle versuchen häufig, beobachtete Eigenschaften, sogenannte „stilisierte Fakten“, der verwendeten Daten abzubilden, und sind in dieser „technischen“ Hinsicht teilweise sehr weit entwickelt. Die Modellierung erfolgt oft auf Basis der verwendeten Daten als „Partialmodell“ ohne oder mit nur geringer Einbeziehung externer Risikofaktoren, auch um eine möglichst parametersparsame Formulierung zu liefern. Globalmodelle stecken dagegen eher noch in den Kinderschuhen oder sind aus Gründen der Komplexität und Handhabbarkeit sehr einfach gehalten. In den vergangenen Jahren beschäftigen sich jedoch zunehmend einzelne Untersuchungen mit Interdependenzen zwischen verschiedenen Märkten und Asset-Klassen, etwa zwischen Aktien und Bonds oder Credit Default Swaps.

Dass eine Reihe zusätzlicher Risikofaktoren existiert (neben den üblichen Risikoarten wie Marktrisiken und operationellen Risiken, die in der Regel über Risikomodelle abgebildet werden), die meist nicht direkt in der Modellierung von Finanzzeitreihen berücksichtigt werden, aber für die Anlageentscheidung von Bedeutung sind, zeigt das in Abbildung 14 dargestellte Umfrageergebnis. So spielen für 98 Prozent aller Befragten rechtliche Risiken, für etwa jeweils 90 Prozent Sicherheits-, Reputations-, politische und soziale Risiken, für immerhin jeweils circa 80 Prozent demografische, technologische und Umweltrisiken eine mindestens „eher wichtige“ Rolle. Die Einbeziehung solcher Risiken in Finanzrisikomodelle ist bisher wenig entwickelt und stößt mangels theoretisch-ökonomischer Modelle und Datenverfügbarkeit an Grenzen.

Abbildung 14:
allgemeine Risiken und ihre Rolle bei der Anlageentscheidung

Welche Rolle spielen die folgenden allgemeinen Risiken für Ihre Anlageentscheidung?



Als weiterer wichtiger Punkt beim Umgang mit Risikomodellen ist ihre Konstruktion im Rahmen einer Situation unter Risiko zu erwähnen. Diese setzt voraus, dass man die Eintrittswahrscheinlichkeiten für die möglichen Umweltzustände kennt oder sie zumindest empirisch schätzen kann. Wie oben ausgeführt kann dies gerade für Extremereignisse schwierig sein. Diese Annahme der stochastischen Modellierung zukünftiger Ein- und Auszahlungen oder Renditen an sich kann also kritisch betrachtet werden, und es ist zu fragen, ob nicht die Modellierung über eine Situation unter Ungewissheit beziehungsweise Unsicherheit sachgerechter wäre. Hierzu finden sich in der jüngeren Forschung ebenfalls Ansätze (vergleiche etwa Epstein und Schneider [2008] oder Garlappi et al. [2007]), deren Darstellung allerdings den Rahmen dieser Studie deutlich sprengen würde.

Risikoarten und Risikomodelle

Bevor im Rahmen zweier Fallstudien die Möglichkeiten und Grenzen von Risikomodelle näher beleuchtet werden, erfolgt eine überblicksartige Darstellung, welche Risikoarten über Risikomodelle derzeit eher gut beziehungsweise eher weniger gut abbildbar sind. Die Einordnung der Risikoarten orientiert sich an der gängigen Literatur (vergleiche Hull [2012] und Saunders und Cornett [2011]) und unterscheidet als Finanzrisiken Marktrisiken, Kreditrisiken und Liquiditätsrisiken. Hinzu kommen operationelle Risiken und sonstige Risiken. Marktrisiken, die durch Preisschwankungen von an Märkten gehandelten Assets verursacht werden, also durch Exposure in den Bereichen Aktien, Anleihen, Währungen, Rohstoffe und Derivate, stehen seit langem im Fokus der Forschung. Daher existieren meist bereits vergleichsweise hoch entwickelte Modelle und Methoden zur Bewertung und Risikomessung. Da außerdem häufig lange und hochfrequente (zum Beispiel tägliche) Datenzeitreihen zur Verfügung stehen, können die Modelle in der Regel gut kalibriert und verfeinert werden. In Aktiendaten empirisch beobachtbare Phänomene (sogenannte „stilisierte Fakten“), wie etwa Marktphasen mit höheren und geringeren Volatilitäten (sogenannte Volatilitätscluster), können recht gut über Modelle für Volatilitäten abgebildet werden. Eine Hauptfrage besteht hier dann in der Wahl des besten Modelltyps. Hierzu wird in Kapitel 3 eine Fallstudie im Detail vorgestellt. Ähnliches gilt für die Bewertung und Modellierung der anderen Marktrisiken. Beispielsweise existieren zur Bewertung von Derivaten ebenfalls zahlreiche Modelle, die in unterschiedlicher Weise in der Lage sind, die empirisch beobachteten Marktpreise abzubilden.

Kreditrisiken sind – soweit sie sich auf gehandelte Instrumente wie etwa Unternehmensanleihen oder Credit Default Swaps beziehen – auch den Marktrisiken zuordenbar. Der Marktpreis für das Kreditrisiko (oder Kreditrisikoaufschlag) wird meist als Credit Spread bezeichnet. Credit-Spread-Risiken rücken seit etwa 15 Jahren und vermehrt seit der Finanzkrise in den Fokus der Forschung. Es existiert auch hier eine Reihe von Modellen, die Verfügbarkeit von Zeitreihen- und Querschnittsdaten ist zur empirischen Kalibrierung, Schätzung und Modellverfeinerung meist ausreichend. Eine Komponente des Kreditrisikos bei Handelsgeschäften besteht aus Gegenparti- oder Kontrahentenrisiken, die durch die Bonität des Handelspartners (zum Beispiel bei OTC-Derivaten) beeinflusst werden. Für die Trennung beziehungsweise Aufspaltung des Credit Spreads unter Berücksichtigung des Kontrahentenrisikos (beziehungsweise die Ermittlung eines Credit Value Adjustments) existieren bereits Ansätze. Dennoch besteht hier noch erheblicher Forschungsbedarf (vergleiche ECB [2009]).

Kreditrisiken, die nicht an Märkten gehandelt werden, werden insbesondere im Zuge der Reformen von Basel II seit etwa 15 Jahren verstärkt betrachtet. Ein großes Problem stellt hier bei der Risikomessung die Datenverfügbarkeit dar, da Kreditausfälle Ereignisse sind, die selten auftreten, was die Erstellung brauchbarer Datenbanken erschwert. Ähnliches gilt für Modelle für kreditrisikobehaftete Verbriefungen, die für die Kapitalanlage noch wichtiger sind als unverbriefte Kreditrisiken. Auch hier existieren kaum Daten zur Modellschätzung, weshalb Modelle gemäß den oben gezeigten Umfrageergebnissen eher seltener eingesetzt werden. In einer in Kapitel 3 folgenden Fallstudie wird für diese Risikoart gezeigt, welche Auswirkungen diese Probleme bei der Messung von Kreditrisiken und insbesondere Verbriefungsrisiken haben können.

Liquiditätsrisiken sind besonders im Rahmen der Finanzkrise in den Fokus gerückt. Für Aktienmärkte existieren Studien zum Einfluss von Liquiditätsrisiken bereits seit längerem, im Bereich zins- und kreditrisikobehafteter Titel (zum Beispiel Credit Default Swaps) sind Forschungsergebnisse vermehrt in jüngerer Zeit zu beobachten. Marktliquidität ist eine Bedingung für Markteffizienz und die Verschlechterung der Marktliquidität entgegen vorherigen Erwartungen und Annahmen gefährdet Märkte und Investoren (vergleiche ECB [2009]). Die Annahme gleichbleibend hoher Liquidität kann dazu führen, dass Anleger ihre Fähigkeit zur Glatstellung ihrer Positionen überschätzen oder unzureichend hedgen, was zu überhöhter Risikoübernahme und damit zu einer systemischen Krise führen kann, wie etwa im vierten Quartal 2008 nach der Lehman-Pleite, als die Credit Spreads stark anstiegen (vergleiche ECB [2009]). Das Problem kann insbesondere bei Asset-Klassen auftreten, bei denen sich der Handel auf einzelne wenige Händler im Markt konzentriert wie im CDS-Over-the-counter-Segment. Die Messung von Liquiditätsrisiken geschieht häufig über Liquiditätsindizes, die mehrere Einzelmaße wie Bid-Ask-Spanne, Handelsaktivität oder Streuung der Quotes über die Händler aggregieren (vergleiche ECB [2009]). Auch bei der Messung von Liquiditätsrisiken und ihrer Integration in Risikomodelle besteht noch großer Nachholbedarf (vergleiche ECB [2009]).

Für Marktrisiken in den Bereichen Aktien, Anleihen, Währungen, Rohstoffe und Derivate existieren vergleichsweise hoch entwickelte Modelle und Methoden zur Bewertung und Risikomessung.

Bei Gegenparti- oder Kontrahentenrisiken, besteht hingegen noch erheblicher Forschungsbedarf.

Auch bei der Messung von Liquiditätsrisiken und ihrer Integration in Risikomodelle besteht noch großer Nachholbedarf.

Operationelle Risiken finden ähnlich wie Kreditrisiken im Rahmen der Basel-II-Reformen und des Sarbanes-Oxley-Acts in den USA als Reaktion unter anderem auf die Enron-Pleite stärkere Beachtung auch von aufsichtlicher Seite. Definiert sind sie als Verlustrisiken durch inadäquate oder fehlerhafte interne Prozesse durch Personen und Systeme oder durch externe Ereignisse (vergleiche Basel Committee on Banking Supervision [2003]). Diese Risiken sind meist seltene Ereignisse, die sich aber in hohen Verlusten niederschlagen können. Ansätze zur Messung dieser Risiken existieren bereits, noch größer als bei Kreditrisiken ist hier allerdings häufig das Problem der Verfügbarkeit von Daten zur Modellschätzung aufgrund der Seltenheit der Ereignisse (vergleiche etwa Hull [2012]).

Sonstige Risiken enthalten die bislang nicht erfassten Risikoarten, zum Beispiel die in der Umfrage genannten rechtlichen Risiken, politischen Risiken, Umwelt- und Reputationsrisiken und Ereignisrisiken (zum Beispiel Liquiditätsschocks). Teilweise werden sie auch den operationellen Risiken zugeordnet. Umfassende Risikomodelle hierfür befinden sich in der Regel ebenfalls noch in den Kinderschuhen, auch, weil sie selbst schwierig zu modellieren und zu prognostizieren sind (vergleiche Saunders und Cornett [2011]).

Abschließend sei noch einmal die Abbildung der Interaktion oder Interdependenz von Risiken erwähnt. Empirisch ist zum Beispiel zu beobachten, dass Liquiditätsrisiken meist positiv mit Zins- oder Kreditrisiken korrelieren, ebenso korrelieren Zins- und Kreditrisiken miteinander. Wenngleich einzelne Modelle für diese Interaktionen bereits existieren, besteht hier seitens der Forschung noch erheblicher Nachholbedarf.



3 Fallstudien

3.1 Kurzübersicht

Im folgenden Kapitel sollen einige Charakteristika der Stärken und Schwächen von Risikomodellen im Rahmen von empirischen Fallstudien eingehender herausgearbeitet werden. Die erste Fallstudie illustriert dabei für den Aktienbereich, bei dem in der Regel eine hohe Datenverfügbarkeit gewährleistet ist, wie beobachtete Eigenschaften von Kursen beziehungsweise Renditen über Ansätze, die als Risikokennzahlen Volatilitäten modellieren, abgebildet werden können. Verschiedene Modellvarianten werden dabei hinsichtlich ihrer Prognosegüte (und der damit einhergehenden Komponente des Modellrisikos) verglichen. Die Ansätze werden dann auf die Modellierung von Korrelationen beziehungsweise Abhängigkeiten als Risikokennzahlen erweitert.

In einer zweiten Fallstudie wird untersucht, welche Probleme entstehen können, wenn für Asset-Klassen beziehungsweise Risikoarten kaum historische Daten verfügbar sind. Anhand von Beispielen im Kreditrisiko- und Verbriefungsbereich wird gezeigt, wie das durch Datenmangel hervorgerufene Modellrisiko die Prognoseergebnisse eines Risikomodells hinsichtlich der Korrelation und des Value-at-Risk als Risikokennzahlen beeinflussen kann, wie dies sichtbar gemacht und wie damit umgegangen werden kann.

3.2 Fallstudie 1: Risikomodelle für Aktien

3.2.1 Renditeprognosen

Bei der Analyse von Zeitreihen von Aktien werden in der Regel Renditen und nicht die Preise beziehungsweise Kurse betrachtet. Hierfür gibt es verschiedene Gründe. Aus Sicht des Investors gibt die Rendite eines Finanzguts eine vollständige und skalenfreie Möglichkeit, die Chancen eines Investments abzuschätzen. Aus statistischer Sicht sind Preise nur schwer handhab- und modellierbar. Renditen haben wesentlich angenehmere statistische Eigenschaften, die eine sinnvolle Modellierung und darauf basierende Schlussfolgerungen ermöglichen.

Renditen haben statistische Eigenschaften, die eine sinnvolle Modellierung und darauf basierende Schlussfolgerungen ermöglichen.

Es gibt verschiedene Ansätze, Renditen zu modellieren. Wir gehen hier der Einfachheit halber davon aus, dass keine Dividendenzahlungen erfolgen. Das Einfügen von Dividendenzahlungen ist aber unproblematisch. Die Rendite vom Zeitpunkt $t-1$ zum Zeitpunkt t ist definiert gemäß

$$1 + R_t = P_t/P_{t-1}$$

Dabei ist P_t der Preis des Finanzguts. Um die Effekte von Ausreißern möglichst klein zu halten, wird in der Regel noch eine sogenannte varianzstabilisierende Transformation vorgenommen, die Renditen werden logarithmiert. Die logarithmierte Rendite, die auch allen Ausführungen in dieser Studie zu Grunde liegt, ist gegeben durch

$$r_t = \ln(1 + R_t) = \ln(P_t/P_{t-1}) = p_t - p_{t-1}$$

Dabei ist $p_t = \ln(P_t)$. Renditezeitreihen haben einige wichtige statistische Eigenschaften. Insbesondere sind sie stationär, das heißt, ihr Mittelwert, die durchschnittliche Rendite, bleibt im Zeitablauf konstant. Dies gilt auch für ihre Varianz, also die durchschnittliche Streuung um diese Durchschnittsrendite. Die Autokorrelationen, also die Abhängigkeitsbeziehung zwischen Renditen, ist zudem unabhängig vom betrachteten Zeitpunkt und hängt nur davon ab, wie weit die Renditen auseinanderliegen.

Renditezeitreihen weisen in der Regel keine nennenswerten für Prognosen verwertbaren Strukturen auf. Die für die Prognosefähigkeit eines Modells wichtige Abhängigkeitsstruktur der Renditen untereinander ist maximal schwach ausgeprägt, so dass belastbare Renditeprognosen schon über kurze Zeiträume hinweg nicht möglich sind. Dies ist Gegenstand der Effizienzmarkthypothese von Fama (1970) zurück, die seither in zahlreichen empirischen Studien belegt wurde.

Renditezeitreihen weisen in der Regel keine nennenswerten für Prognosen verwertbaren Strukturen auf.

Die Streuung der Renditen, die Volatilitäten, haben für eine Prognose verwertbare statistische Strukturen.

Die beste Renditeprognose bietet somit die langjährige Durchschnittsrendite. Renditezeitreihen erlauben keinen risikofreien Gewinn und sind somit arbitragefrei. Statistisch werden derartige Zeitreihen als Martingale bezeichnet, die man intuitiv als Abbildungen eines fairen Spiels verstehen kann.

Im Weiteren soll daher nicht auf die Renditen eines Finanzguts selbst, sondern auf die Streuung desselben, die Volatilitäten, eingegangen werden. Diese haben für eine Prognose verwertbare statistische Strukturen, wie im Folgenden beschrieben wird. Eine saubere Modellierung der Volatilitäten ist daher von besonderem Interesse. Zuvor sollen aber noch einige typische Eigenschaften von Renditezeitreihen vorgestellt und erläutert werden.

3.2.2 Stilisierte Fakten

Aktienzeitreihen weisen eine Vielzahl statistischer Besonderheiten auf, die sogenannten empirischen stilisierten Fakten. Dies sind empirisch beobachtbare Eigenheiten von Finanzmarktdaten, die einerseits das Verhalten der Marktteilnehmer reflektieren und andererseits statistische Besonderheiten in den Daten erzeugen, die typisch für Finanzmarktdaten sind und sich in dieser Form auch nur in dieser Datenklasse finden lassen.

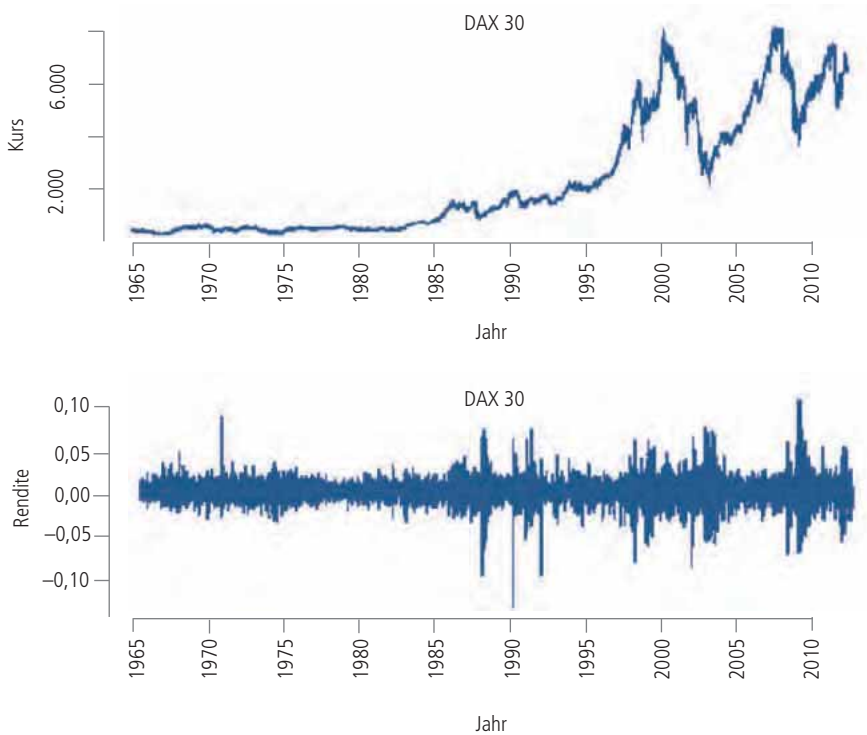
Die Fähigkeit eines Modells, die empirischen stilisierten Fakten abzubilden, ist ein Kriterium zur Beurteilung der Güte der Modellspezifikation.

Bei der Modellierung von Finanzmarktdaten sollten diese Besonderheiten berücksichtigt und in das Modell integriert werden, um eine saubere Modellierung und darauf aufbauend zuverlässige Schlussfolgerungen zu gewährleisten. Die Fähigkeit eines Modells, die empirischen stilisierten Fakten abzubilden, ist daher ein Kriterium zur Beurteilung der Güte der Modellspezifikation. In diesem Abschnitt werden die für die Modellierung relevanten stilisierten Fakten zunächst einmal vorgestellt und beschrieben. Im nächsten Abschnitt wird dann die Bedeutung einer korrekten und vollständigen Berücksichtigung der empirischen stilisierten Fakten bei der Modellbildung aufgezeigt.

Dass Finanzmarktdaten einige Besonderheiten aufweisen und eine interessante, in der Modellierung zu berücksichtigende Struktur haben, erkennt man bereits durch eine einfache grafische Darstellung der Daten. In der folgenden Grafik ist die tägliche Rendite des DAX 30 vom 1. Januar 1965 bis zum 9. Mai 2012 abgebildet¹. Anhand dieser Zeitreihe sollen im Folgenden exemplarisch die empirischen stilisierten Fakten erläutert werden. Die hier getroffenen Feststellungen lassen sich zudem auch in zahlreichen anderen Finanzmarktdaten wie beispielsweise bei Wechselkursen von Währungen finden und sind nicht auf Aktienrenditen beschränkt (vergleiche zum Beispiel Taylor et al. [2001]).

¹ Obwohl wir in unserer empirischen Studie diverse Einzelaktien und Indizes betrachtet haben, beschränken wir uns im Folgenden aus Gründen der Übersichtlichkeit auf den Kurs des DAX 30. Die von uns festgestellten Unterschiede in den Ergebnissen sind lediglich quantitativer Natur. Die qualitativen Aussagen bleiben über die verschiedenen Reihen bestehen.

**Abbildung 15:
Kurs und Rendite des DAX 30**



Man erkennt, dass die Reihe um einen konstanten Mittelwert schwankt, ein Verhalten, das in der Statistik als Stationarität bezeichnet wird und essentiell für eine gute Modellierung der Daten ist. Die Werte schwanken aber nicht gleichmäßig um diesen konstanten Mittelwert. Vielmehr beobachtet man länger anhaltende Phasen, in denen die Werte sehr stark um den Mittelwert schwanken, zum Beispiel bei den Renditen des DAX 30 von Anfang 2003 bis Ende 2004. In diesen Zeiten ist die Streuung, die Volatilität, der Daten, sehr groß. Diese Zeiten finden sich im Wechsel mit Zeiten sehr geringer Schwankungen, also Zeiten kleiner Volatilitäten der Daten. Beim DAX 30 findet man eine solche Zeit mit niedriger Volatilität beispielsweise zwischen 1977 und 1979. Diese Eigenschaft der abwechselnd hohen und niedrigen Volatilitäten ist es, die ursächlich ist für die verschiedenen empirischen stilisierten Fakten. Man bezeichnet dies auch als Volatilitätsclustering. Im Weiteren sollen nun die verschiedenen empirischen stilisierten Fakten näher beschrieben und erläutert werden.

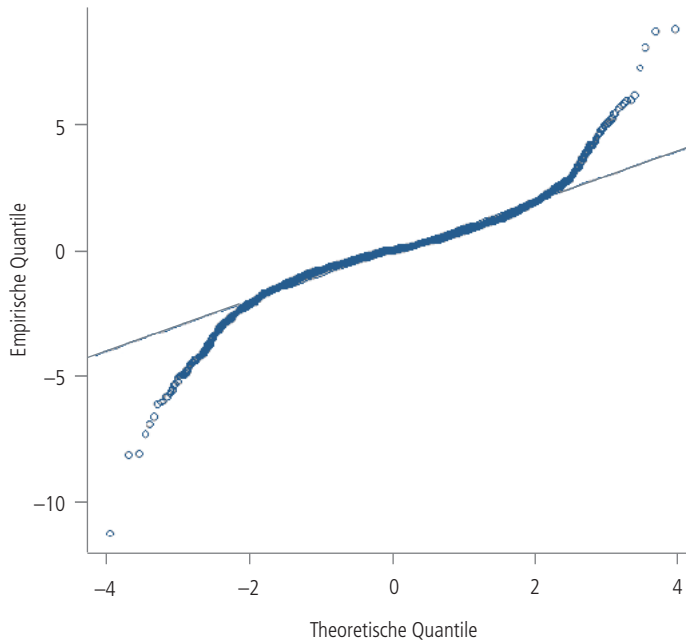
Schwere Ränder der Renditeverteilung

Dieses empirische stilisierte Faktum geht auf eine Beobachtung von Mandelbrot (1963) zurück. Er hat beobachtet, dass die Verteilungen von Finanzmarktrenditen nicht der in der Statistik häufig vorkommenden Normalverteilung folgen. Dies ist sehr gut an dem in Abbildung 16 dargestellten Q-Q-Plot für die Renditen des DAX 30 zu erkennen.

Die Verteilung von Finanzmarktrenditen folgen nicht der Normalverteilung.

Ein Q-Q-Plot trägt die aus den Beobachtungen errechneten empirischen Quantile gegen die Quantile der dem Q-Q-Plot zu Grunde gelegten vermuteten theoretischen Verteilung ab. Quantile können dabei als Prozentpunkte der kumulierten Wahrscheinlichkeiten interpretiert werden. Folgen die Beobachtungen der vermuteten theoretischen Verteilung, so befinden sich die im Q-Q-Plot abgetragenen Punkte ungefähr auf der ebenfalls eingetragenen Winkelhalbierenden. Abweichungen von der Winkelhalbierenden weisen auf Abweichungen der Verteilung der tatsächlichen Werte von der unterstellten theoretischen Verteilung hin.

Abbildung 16:
Q-Q-Plot der Renditen des Dax 30



In dem obigen Q-Q-Plot kann man eine S-förmige Kurve der eingetragenen Werte erkennen. Dieser Q-Q-Plot legt die Normalverteilung als theoretische Verteilung zu Grunde und vergleicht die aus den Beobachtungen ermittelten Quantile mit den Quantilen der Normalverteilung. Im mittleren Verteilungsbereich, entsprechend dem Bereich um den Erwartungswert der Verteilung herum, zeigt sich eine gute Anpassung der Verteilung der tatsächlichen Werte an die Normalverteilung. Dies ändert sich drastisch an den Rändern der Verteilung. Hier findet man erhebliche Abweichungen der Quantile der tatsächlichen Werte von denen der Normalverteilung. An den Rändern der Verteilung von Aktienrenditen befindet sich mehr Wahrscheinlichkeitsmasse als bei der Normalverteilung. Nicht aus dem Q-Q-Plot ablesbar ist eine andere Eigenschaft der Renditeverteilungen. Sie haben auch in der Nähe des Erwartungswerts mehr Wahrscheinlichkeitsmasse als die Normalverteilung. Renditeverteilungen sind leptokurtisch. Das bedeutet, dass kleine Renditen sehr häufig beobachtet werden und insbesondere häufiger, als wenn die Renditeverteilung einer Normalverteilung folgen würde. Das Gleiche gilt für die Ränder der Verteilung, die extreme Renditeausschläge nach oben oder unten darstellen. Derart extreme Ausschläge der Renditen in beide Richtungen, also positive wie negative Ausschläge, beobachtet man wesentlich häufiger, als man das erwarten würde, wenn die Renditeverteilung einer Normalverteilung folgen würde.

Extreme Ausschläge der Renditen beobachtet man häufiger; die Renditeverteilung folgt keiner Normalverteilung.

Volatilitätscluster

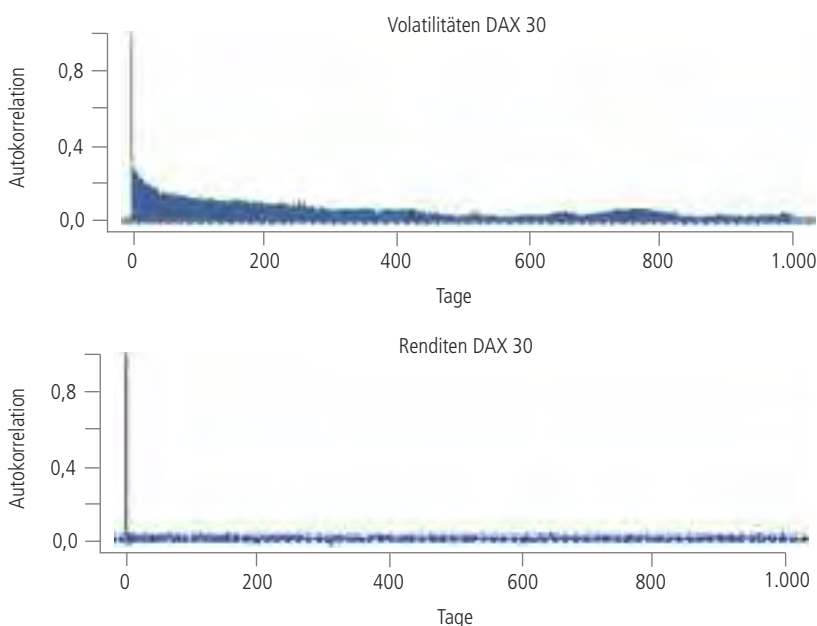
Die oben bereits erwähnten Volatilitätscluster sind der optisch auffälligste empirische stilisierte Fakt in Aktienrenditen. Volatilitätscluster zeigen, dass es Perioden mit einer hohen Renditestreuung und Perioden mit niedriger Renditestreuung, also Perioden mit hoher und niedriger Volatilität, gibt. Die Zeiten mit niedriger und hoher Volatilität bilden einen Cluster, was den Namen dieses empirischen stilisierten Faktors erklärt.

Die Volatilitätscluster sind gewissermaßen die Ursache für die oben beschriebenen schweren Ränder der Renditeverteilungen und für die im Folgenden beschriebene Persistenz in den Volatilitäten.

Langes Gedächtnis und Persistenz in Renditevolatilitäten

Aus dem Clustering der Volatilitäten folgt, dass sie stark persistent sind, es gibt also längere Phasen mit hohen Volatilitäten und längere Phasen mit niedrigen Volatilitäten. Die Persistenz der Volatilitäten ist extrem stark. Aus der Persistenzeigenschaft folgt, dass auf eine hohe Volatilität mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit wieder eine hohe Volatilität folgt und auf eine niedrige mit hoher Wahrscheinlichkeit wieder eine niedrige. Es gibt also eine starke Beziehung, eine hohe Autokorrelation, zwischen aufeinanderfolgenden Volatilitäten. Dies ist sehr gut an der folgenden Abbildung zu erkennen.

Abbildung 17:
Autokorrelationen der Volatilitäten des DAX 30



Autokorrelationen können als Stärke des Zusammenhangs zwischen verschiedenen Zeitpunkten einer Variable interpretiert werden. Dementsprechend ist die unverzögerte Korrelation gleich eins, sie beträgt also 100 Prozent. Üblicherweise gilt, je größer der zeitliche Abstand zwischen den Werten ist, desto geringer ist die Autokorrelation.

Im oberen Fall aus Abbildung 17 fällt die Korrelation nur sehr langsam ab, sie ist über große Zeitabstände hin noch messbar. Beim DAX 30 ist dieser Effekt über zwei Jahre lang messbar. Eine heute gemessene Volatilität hängt also noch statistisch messbar von den Volatilitäten der letzten zwei Jahre ab. Eine derart starke Abhängigkeitsbeziehung wird in der Statistik als „langes Gedächtnis“ bezeichnet.

Es sei an dieser Stelle aber ausdrücklich angemerkt, dass eine derartige Abhängigkeitsbeziehung nur für die Volatilitäten der Renditen, nicht aber für die Renditen selbst, gilt. Die Renditen sind, wie man es erwarten würde, im Wesentlichen unabhängig voneinander. Dies zeigt auch der untere Teil von Abbildung 17.

Es gibt längere Phasen mit hohen Volatilitäten und längere Phasen mit niedrigen Volatilitäten.

Leverage-Effekt

Der Leverage-Effekt besagt, dass die Bewegungen des Aktienpreises negativ mit der Volatilität korrelieren.

Der Leverage- oder Hebeleffekt ist nicht so einfach grafisch zu erkennen. Der Leverage-Effekt besagt, dass die Bewegungen des Aktienpreises negativ mit der Volatilität korrelieren. Fallende Aktienpreise implizieren eine höhere Unsicherheit und somit eine höhere Volatilität. Der Leverage-Effekt impliziert eine bei der Modellierung von Aktienrenditen zu berücksichtigende Asymmetrie.

3.2.3 Volatilitätsmodelle

Eine sehr gute und flexible Möglichkeit, die zuvor beschriebenen empirischen stilisierten Fakten in einem statistischen Modell abzubilden, sind die 1982 von Engle vorgeschlagenen Modelle mit autoregressiv bedingter Heteroskedastizität (autoregressive conditional heteroscedasticity), die ARCH-Modelle. Seit ihrer Einführung sind die verschiedensten Varianten dieser Modelle vorgeschlagen worden, die die unterschiedlichsten empirischen stilisierten Fakten aufgreifen können. Es sollen zunächst einmal die wichtigsten Modelle dieser Modellklasse mit Blick auf die oben beschriebenen empirischen stilisierten Fakten vorgestellt werden, bevor diese Modelle in einer empirischen Studie miteinander verglichen werden.

Wir gehen hier von dem einfachsten Fall aus, dass der Renditeprozess selbst keine relevante statistische Struktur mehr hat. Diese Annahme ist für die hier verfolgten Zwecke ausreichend und bildet die Tatsache, dass Renditen nicht prognostizierbar sind, ab. Eine Verallgemeinerung, wie man sie teilweise in der Literatur findet, wäre problemlos vorzunehmen, würde aber wie erwähnt den Rahmen dieser Studie sprengen.

Der Renditeprozess einer Finanzzeitreihe lässt sich damit statistisch durch die Formel

$$y_t = \mu + \varepsilon_t$$

beschreiben. Dabei ist μ ein konstanter Mittelwert, der die Durchschnittsrendite angibt. Zur Vereinfachung der Rechnungen wird die Renditezeitreihe in der Regel um diesen Mittelwert bereinigt. Der Fehlerterm ε_t ist gegeben durch

$$\varepsilon_t = z_t \cdot \sqrt{\sigma_t^2}$$

Hier ist z_t ein Zeitreihenprozess mit Mittelwert null und Varianz eins, der aus unabhängigen und identisch verteilten Zufallsvariablen besteht. Dies spiegelt genau die Annahme wider, dass der Renditeprozess selbst keine statistisch relevante modellierbare und somit für Prognosen ausnutzbare Struktur hat. Interessant in dieser Formel ist der Volatilitätsprozess σ_t^2 . Durch ihn werden die zeitveränderlichen Volatilitäten in das Modell eingebracht und die empirischen stilisierten Fakten dargestellt.

In dem ursprünglich von Engle (1982) vorgeschlagenen ARCH-Modell wird die Volatilität zum Zeitpunkt t abhängig von den Schocks modelliert, die den Renditeprozess y_t in vorherigen Zeitpunkten beeinflusst haben:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

Dabei beschreiben die α_i die nicht-negativen Gewichte, mit denen die Renditeschocks die Volatilität beeinflussen. Man geht dabei davon aus, dass die Schocks der letzten p Zeitpunkte die Volatilität beeinflussen, und spricht daher von einem ARCH(p)-Modell. In der Praxis wird häufig $p = 1$ gewählt.

Dieses Modell beschreibt die Volatilitätscluster recht gut. Es hat aber den Nachteil, dass die vergangenen Volatilitäten selbst nicht zur Beschreibung der Volatilität zum Zeitpunkt t herangezogen werden. Dieses Vorgehen erscheint nicht nur statistisch plausibler, sondern bietet zudem noch eine bessere und realitätsgetreue Modellierung der Volatilitätscluster und der damit verbundenen Persistenz der Volatilitäten, wie sie durch das reine, einfache ARCH-Modell nicht erreicht werden kann. Daher verallgemeinerte Bollerslev (1986) die ARCH-Modelle zu GARCH-Modellen (generalized autoregressive conditional heteroscedasticity models). Diese sind gegeben durch

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Der Parameter ω kann dabei als mittlere Prozessvarianz interpretiert werden. Weiterhin beschreiben die α_i wieder die Gewichte, mit denen die Schocks der Renditegleichung in die Volatilitäten einfließen. Die β_j beschreibt die Gewichte, mit denen vorherige Volatilitäten in die Volatilität zum Zeitpunkt t eingehen. Zudem muss die Summe der Parameter α_i und β_j kleiner als eins sein, also $\sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$. Erneut geben auch hier die Parameter p und q an, wie weit zurück in die Vergangenheit geschaut wird. Man spricht daher vom GARCH(p,q)-Modell. In der Praxis wird häufig $p = q = 1$ gesetzt.

Das GARCH-Modell liefert eine sehr gute Beschreibung der Volatilitätscluster und ist daher ein in der Praxis häufig eingesetztes Modell. Man stellt allerdings fest, dass die Parameter α_i und β_j so geschätzt werden, dass ihre Summe sehr nahe an eins liegt. Dies führt zu verschiedenen statistischen Problemen insbesondere bei der Parameterschätzung oder Überprüfung von Hypothesen bezüglich der Modellparameter, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll. Es ist aber insbesondere ein Zeichen, dass die Persistenz der Volatilitäten auch durch GARCH-Modelle nur unzureichend beschrieben und modelliert werden kann.

Hinzu kommt ein weiterer Nachteil der GARCH-Modelle. Wie beim ARCH-Modell gehen die vergangenen Schocks der Renditezeitreihe wie auch die vergangenen Volatilitäten quadratisch in die Modellgleichung ein. Die beobachtete Asymmetrie zwischen Preisen und Volatilitäten, also der Leverageeffekt, kann durch GARCH-Modelle nicht abgebildet werden.

Es gibt eine Vielzahl von Modellen, die zur Abbildung der ausgeprägten Persistenz der Volatilitäten oder der durch den Leverageeffekt induzierten Asymmetrie konstruiert wurden. Diese Modelle können in der Regel aber nur die starke Persistenz (hier seien beispielhaft die FIGARCH-Modelle von Baillie et al. [1996] genannt) oder die Asymmetrie (hier seien EGARCH-Modelle von Nelson [1991] genannt), nicht aber beide Effekte gleichzeitig abbilden. Der Modellierer muss sich also immer entscheiden, welcher Effekt für ihn die größere Bedeutung hat. Da beide Effekte bei einer sauberen Modellbildung berücksichtigt werden sollten, wie auch unsere empirische Studie weiter unten zeigt, ist dies unbefriedigend. Wir werden uns daher in dieser Studie auf ein Modell konzentrieren, das es ermöglicht, beide Effekte gleichzeitig zu berücksichtigen. Dies geht zu Lasten der Interpretierbarkeit des Koeffizienten, der die Persistenz modelliert. Eine exakte Interpretation dieses Koeffizienten erscheint uns für die in der Praxis benötigte möglichst akkuraten Modellierung der empirischen stilisierten Fakten und damit einer möglichst zuverlässigen Prognose und Risikoabschätzung als weniger bedeutsam als die Möglichkeit einer gemeinsamen Modellierung aller empirischen stilisierten Fakten.

Eine derartige gleichzeitige Modellierung aller zuvor angesprochenen empirischen stilisierten Fakten ermöglicht das asymmetrische Power-ARCH-Modell, das APARCH-Modell von Ding et al. (1993). Es ist durch die folgende Volatilitätsgleichung gegeben:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| + \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta$$

Der positive Parameter δ kontrolliert die Persistenz. Er ist in der Regel nicht mehr zwei wie zuvor beim ARCH- und GARCH-Modell, sondern kleiner. Die Asymmetrie wird durch den Parameter γ in das Modell eingebracht. Dieser liegt stets zwischen minus eins und eins. Die Interpretation der Parameter α_i , β_j , p und q ist wie vorher und führt zum APARCH(p,q)-Modell. Auch beim APARCH-Modell werden in der Praxis die Parameter $p = q = 1$ gesetzt.

Das GARCH-Modell liefert eine sehr gute Beschreibung der Volatilitätscluster und ist ein in der Praxis häufig eingesetztes Modell.

Eine gleichzeitige Modellierung aller empirischen stilisierten Fakten ermöglicht das asymmetrische Power-ARCH-Modell, das APARCH-Modell.

Das APARCH-Modell ist sehr flexibel und ermöglicht eine Beschreibung aller zuvor genannten empirischen stilisierten Fakten in einem Modell. Das APARCH-Modell enthält zahlreiche andere Modelle der GARCH-Klasse, die sich durch eine entsprechende Wahl einzelner Modellparameter darstellen lassen. Es ist dadurch natürlich auch entsprechend komplexer in der Schätzung der Modellparameter. Zudem ist die Interpretation der Modellparameter eingeschränkter als bei den zuvor besprochenen weniger komplexen Modellen.

In der empirischen Studie soll im Weiteren geschaut werden, ob die durch das APARCH-Modell gewonnene Flexibilität die damit einhergehende Komplexität in der Modellbildung rechtfertigt oder ob einfachere Modelle in Bezug auf ihre Prognosefähigkeit vergleichbar gut abschneiden. Konkret untersucht die folgende empirische Studie also, ob die empirischen stilisierten Fakten in den Daten derart ausgeprägt sind, dass ihre Modellierung zu einer Verbesserung der Prognosegüte der Modelle beiträgt, oder ob sie zu Gunsten eines einfacheren, leichter und mit weniger Fehlern zu schätzenden Modells vernachlässigt werden können.

Führt eine komplexere Modellierungsstrategie unter Berücksichtigung der in den Daten nachgewiesenen empirischen stilisierten Fakten zu Prognosevorteilen?

Im Folgenden führen wir einen Prognosevergleich für verschiedene statistische Modelle durch, die an Renditezeitreihen angepasst worden sind. Ziel der Studie ist es, zu sehen, ob eine komplexere Modellierungsstrategie unter Berücksichtigung der in den Daten nachgewiesenen empirischen stilisierten Fakten auch zu Prognosevorteilen führt. Es werden tägliche logarithmierte Renditen vom 1. Januar 2001 bis zum 9. Mai 2012 betrachtet. Es sei noch einmal angemerkt, dass die Auswahl der Daten exemplarisch erfolgt ist. Eine andere Auswahl der Daten und des Betrachtungszeitraums führt in der Regel zu sehr ähnlichen Ergebnissen, so dass die hier beschriebenen Resultate auf andere Finanzzeitreihen übertragbar sind.

Bevor wir die Prognosegüte der einzelnen Modelle betrachten, hier zunächst noch einige deskriptive Statistiken zu den Reihen.

**Tabelle 1:
deskriptive Statistiken der Aktienrenditen
des DAX 30**

Statistik	DAX 30
Minimum	-0,1371
1. Quartil	-0,0057
Median	0
Mittelwert	0
3. Quartil	0,0064
Maximum	0,1080
Standardabweichung	0,0246
Schiefe	-0,2520
Wölbung	7,9614

Die ersten sechs Zeilen der Tabelle geben Aufschluss über die Verteilung der Renditen. Durch Betrachtung des Medians, also des 50-Prozent-Quantils, sowie des Mittelwertes lässt sich eine Verteilung um den Wert null erkennen. Zieht man weiterhin das untere und obere Quartil sowie Minimal- und Maximalwert in Betracht, so lassen sich sehr starke Asymmetrien in der Verteilung ausschließen.

Besonders interessant ist die Betrachtung des dritten Moments, der Schiefe, sowie des vierten Moments, der Wölbung. Die Schiefe ist negativ, was als linksschiefe Verteilung bezeichnet wird. Dies bedeutet, dass Renditen, die größer als der Mittelwert sind, häufiger beobachtet werden und die Verteilung damit nicht ganz symmetrisch ist. Allerdings sollte beachtet werden, dass dieser Effekt sehr gering ist.

Der Vergleich der empirischen Wölbung mit der Wölbung von drei bei der Normalverteilung lässt deutlich erkennen, dass die Verteilung schwere Ränder besitzt. Dieses stilisierte Faktum wurde oben schon als charak-

teristisch für Finanzmarktdaten beschrieben. Folglich sind sehr geringe sowie sehr hohe Renditen empirisch häufiger vorzufinden, als von der Normalverteilungsannahme unterstellt wird.

In unserer empirischen Studie vergleichen wir die Prognosegüte vieler in der Praxis häufig zur Renditemodellierung und Volatilitätsprognose verwendeter Modelle. Die verwendete Prognosemethode ist ein Rolling Window. Zur Beurteilung der Prognosegüte werden der mittlere quadratische Prognosefehler (mit RMSE bezeichnet) und der mittlere absolute Prognosefehler (mit MAE bezeichnet) betrachtet. Der mittlere quadratische Prognosefehler ist dabei das üblicherweise verwendete Standardmaß. Der mittlere absolute Fehler ist als alternatives Maß robuster gegenüber Datenungenauigkeiten.

Für die Prognose wird ein Schätzhorizont von einem Jahr spezifiziert.² An die Daten aus diesen Zeiträumen werden die jeweiligen Modelle angepasst und dann zur Prognose fortgeschrieben. Es werden ein sehr kurzer Prognosehorizont von nur einem Tag, ein mittlerer von einer Woche und ein längerer von einem Monat gewählt.

In der empirischen Studie werden sieben Modelle miteinander verglichen. Dies ist zunächst der sehr einfache historische Durchschnitt (HD), der den Mittelwert aus dem Modellierungszeitraum angibt. Es wird weiter eine Random-Walk-Prognose (RW) mit berücksichtigt, die stets als Benchmark für einen derartigen Prognosevergleich herangezogen wird. Kann die Random-Walk-Prognose geschlagen werden, ist dies ein Zeichen dafür, dass die in den Daten vorhandene Struktur stark genug ist, um bei einer entsprechenden Modellierung für Prognosezwecke ausgenutzt zu werden.

Im Folgenden werden nun die Prognosen für die unterschiedlichen Modelle nach Prognosehorizont geordnet verglichen.

Betrachtet man zunächst einmal die Eintagesprognose in Tabelle 2, so stellt man fest, dass das APARCH(1,1)-Modell den anderen Modellen klar überlegen ist und die höchste Prognosegüte aufweist. Auch das GARCH(1,1) Modell zeigt gute Prognoseeigenschaften, unterliegt dem APARCH(1,1)-Modell aber knapp. Alle anderen Modelle, insbesondere diejenigen mit konstanten Volatilitäten, also der historische Durchschnitt, der Random-Walk und das AR(1)-Modell, haben einen wesentlich höheren Prognosefehler.

Tabelle 2:
liefert Prognoseergebnisse für tägliche, wöchentliche sowie monatliche Volatilitäten des DAX 30

Statistik	HD	RW	AR(1)	ARCH(1)	GARCH(1,1)	APARCH(1,0)	APARCH(1,1)
Tägliche Volatilitäten							
RMSE	0,01207	0,01495	0,01175	0,01222	0,01128	0,01199	0,01071
MAE	0,00970	0,01084	0,00859	0,00978	0,00892	0,00960	0,00836
Wöchentliche Volatilitäten							
RMSE	0,03270	0,04531	0,05546	0,03247	0,02905	0,03245	0,02596
MAE	0,04847	0,05500	0,05602	0,04851	0,04533	0,04817	0,04291
Monatliche Volatilitäten							
RMSE	0,11586	0,10085	0,22422	0,11610	0,10409	0,11600	0,10400
MAE	0,19392	0,17370	0,22536	0,19439	0,18283	0,19272	0,18239

² Es wurden außerdem Schätzhorizonte von fünf und zehn Jahren betrachtet. Die im Folgenden beschriebenen qualitativen Ergebnisse bleiben über die verschiedenen Schätzhorizonte allerdings bestehen.

Bei einem einwöchigen Prognosehorizont ergibt sich ein ähnliches Bild. Auch hier ist das APARCH(1,1)-Modell das am besten prognostizierende Modell, knapp vor dem GARCH(1,1)-Modell. Hinsichtlich der monatlichen Volatilitäten wird beim DAX 30 der Random Walk bevorzugt. Danach folgen wiederum das APARCH(1,1)- und das GARCH(1,1)-Modell. Eine mögliche Erklärung hierfür könnte sein, dass der Anpassungszeitraum der In-Sample-Periode zu kurz und die Schätzung für die komplexeren Modelle mit zeitabhängiger Varianz zu instabil für die Prognose monatlicher Renditen gewesen ist.

Die Berücksichtigung der empirischen stilisierten Fakten bringt einen deutlichen Vorteil bei der Prognosequalität über alle Prognosehorizonte hinweg.

Insgesamt zeigt sich, dass die Berücksichtigung der empirischen stilisierten Fakten einen deutlichen Vorteil bei der Prognosequalität über alle Prognosehorizonte hinweg bringt. Von besonderer Wichtigkeit ist die Berücksichtigung der zeitvariablen Volatilitäten und der Volatilitätscluster, zumindest über die Verwendung von Standard-GARCH-Modellen. Aber auch die Berücksichtigung der langfristigen Abhängigkeitsstrukturen in den Volatilitäten und der Asymmetrie zwischen Volatilitäten und Aktienpreisen führt in der Regel zu Vorteilen bei der Prognose. Folglich lässt sich das Prognoserisiko signifikant verringern, wenn eine exakte, die Datenstruktur berücksichtigende Modellwahl und -spezifikation durchgeführt wird.

3.2.4 Abhängigkeitsmodelle

Copulamodelle

Eine in der Praxis populäre Methode, stochastische Abhängigkeiten zu modellieren, basiert auf der Copula-Funktion.

Eine in der Praxis populäre Methode, stochastische Abhängigkeiten zu modellieren, basiert auf der sogenannten Copula-Funktion. Intuitiv formuliert wird die Abhängigkeit mehrerer Variablen $(X_1 \dots X_n)$ über ihre gemeinsame Verteilungsfunktion $H(\cdot)$ modelliert. Diese ist gegeben durch

$$H(X_1 \dots X_n) = C(F_1(X_1) \dots F_n(X_n))$$

Die gemeinsame Verteilungsfunktion besteht damit aus den zwei Komponenten $F_i(X_i)$ und $C(\cdot)$. Erstere beschreibt die Randverteilungen der einzelnen Variablen, während $C(\cdot)$ die Copula-Funktion darstellt. Folglich kann die gemeinsame Verteilungsfunktion, in der die Abhängigkeiten der Variablen inkorporiert sind, in zwei Komponenten zerlegt werden, was zu einer erheblichen Vereinfachung der analytischen Handhabung multivariater Verteilungsfunktionen beiträgt.

Die in der Praxis gängigste Wahl der Copula stellt die Gauß-Copula dar. Bei ihr wird $C(\cdot)$ gemäß der kumulativen Verteilungsfunktion einer multivariaten Normalverteilung mit Kovarianzmatrix Σ spezifiziert. Dementsprechend wird die t-Copula durch eine multivariate Student-t-Verteilung mit gegebener Kovarianzmatrix und Freiheitsgraden definiert, die mehr Verteilungsmasse an den Rändern der Verteilung aufweist als die Normalverteilung.

Eine weitere Copula-Funktion, auf die im Folgenden Bezug genommen werden soll, ist die Clayton-Copula. Sie gehört zu der Klasse der sogenannten archimedischen Copulas. Diese beschränken sich nicht auf die Modellierung elliptischer Abhängigkeitsstrukturen, wie beispielsweise Gauß- und t-Copula, sondern erlauben die Handhabung konvexer Abhängigkeitsstrukturen. Während sich Abhängigkeiten in den Rändern der Verteilungen also besser mit der t-Copula modellieren lassen, eignet sich die Clayton-Copula besonders gut für die Modellierung von Asymmetrien. So kann beispielsweise der Tatsache, dass Abhängigkeiten zwischen Finanzmarktvariablen in Krisenzeiten sehr viel stärker ausgeprägt zu sein scheinen als in Boomzeiten, mit Hilfe einer Clayton-Copula deutlich besser Rechnung getragen werden, als mit elliptischen Copulas.

In der Fortführung der empirischen Studie wird untersucht, ob das Heranziehen von Abhängigkeitsmodellen im Modellierungsprozess zu einer höheren Prognosegüte führt. Hierzu wird eine Abhängigkeit zwischen den Renditen des DAX 30 und des Aktienindex S&P 500 angenommen. Dabei existieren in der Literatur verschiedene Formen, die Abhängigkeit zwischen globalen Aktienindizes zu modellieren (vergleiche beispielsweise Grubel und Fadner [2012], Kanas [1998], Sun et al. [2009]).

In diesem Fall wird die Abhängigkeitsstruktur durch eine Copulafunktion modelliert. Hierzu werden drei verschiedene Copulas, die Gauß-Copula, die t-Copula sowie die Clayton-Copula, herangezogen. Die durch die Copulas dargestellte Abhängigkeitsstruktur wird anschließend in die verschiedenen Volatilitätsmodelle integriert. Dieser Ansatz der Kombination aus Copula- und GARCH-Modellen gewinnt in der aktuellen Literatur zunehmend an Bedeutung. So wird die Risikoprognose mit Hilfe von Copula-GARCH-Modellen unter anderem von Patton (2006), Lee und Long (2009) und Fantazzini (2009) analysiert.

Auf Basis dieser Modelle werden dann wie in Kapitel 3.2.3 wiederum Volatilitätsprognosen für beide Variablen nach dem Rolling-Window-Verfahren erstellt und anhand der Prognosemaße RMSE und MAE validiert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden lediglich die Prognosen mit einem Prognosehorizont von einem Tag und einem Zeitraum zur Schätzung der Modelle von einem Jahr aufgeführt. Tabelle 3 fasst die Prognoseergebnisse zusammen.

Tabelle 3:
liefert Ergebnisse der Prognosegüte verschiedener Copulamodelle für den DAX 30

Copula	Statistik	ARCH(1)	GARCH(1,1)	APARCH(1,0)	APARCH(1,1)
Gauß	RMSE	0,012206	0,011456	0,012074	0,011709
	MAE	0,008238	0,007883	0,008042	0,007841
t	RMSE	0,012198	0,011447	0,011956	0,011708
	MAE	0,008232	0,007879	0,007996	0,007840
Clayton	RMSE	0,012199	0,011453	0,012169	0,011704
	MAE	0,008235	0,007884	0,008157	0,007839

Wie deutlich zu erkennen ist, ist auch unter Einbezug der Abhängigkeiten über die Copulafunktionen das APARCH(1,1) das zur Prognose für die Volatilitäten des DAX 30 am besten geeignete Modell bezüglich des MAE. Dies stellt insofern eine Bestätigung der Ergebnisse aus Tabelle 2 dar, als hinsichtlich der Volatilitätsmodelle ein asymmetrisches Modell mit GARCH-Komponenten die Dynamiken des S&P 500 am besten abzubilden scheint. Das GARCH(1,1)-Modell zeigt die besten Prognoseeigenschaften hinsichtlich des RMSE, wodurch die Relevanz der GARCH-Komponente im Modell noch einmal betont wird.

Ein weiteres wichtiges Ergebnis stellt die Relevanz der Copulakomponente dar. Verglichen mit den Modellen aus Tabelle 2, weisen sämtliche Copulamodelle bessere Prognoseeigenschaften beim MAE auf. Insbesondere beim ARCH(1) sowie beim APARCH(1,0) trägt die Berücksichtigung der Abhängigkeitsstruktur deutlich zur Verbesserung der Prognose bei. Beim GARCH(1,1) und APARCH(1,1) ist die Verbesserung zwar nicht ganz so stark, jedoch trägt auch hier der Einbezug der Copula zu einer verbesserten Prognose bei. Dies gilt allerdings nicht bei Betrachtung des RMSE. Hier ist eine Verschlechterung der Prognosefähigkeit des GARCH(1,1) sowie des APARCH(1,1) zu erkennen, während sich bei den anderen beiden Modellen die Prognosefähigkeit nach Hinzuziehen der Copulastruktur verbessert.

Zwischen den verschiedenen Spezifikationen der Copulas lassen sich keine gravierenden Unterschiede erkennen. Tendenziell scheint die t-Copula etwas besser geeignet zu sein, ohne allerdings die Prognose entscheidend zu verbessern.

Folglich lässt sich festhalten, dass ein Einbezug der Abhängigkeiten zwischen den Aktienrenditen zu einer verbesserten Prognosequalität führen kann. Dies lässt sich insbesondere für Modelle ohne GARCH-Komponenten feststellen. Allerdings geht die Einarbeitung der Copulakomponente in das Volatilitätsmodell auch mit einer

Eine Einbeziehung der Abhängigkeiten zwischen den Aktienrenditen kann zu einer verbesserten Prognosequalität führen.

höheren Modellkomplexität einher. Ob diese in Kauf genommen werden sollte, muss der Modellierer fallspezifisch hinsichtlich Kriterien wie zum Beispiel zeitlicher und finanzieller Ressourcen, Relevanz exakter Prognosen, verfügbarer Rechenkapazitäten oder vorhandener Expertise entscheiden.

3.3 Fallstudie 2: Risikomodelle für Asset-Klassen mit wenigen beobachtbaren Daten

Für viele Asset-Klassen sind nur kurze Zeitreihen und/oder wenige Beobachtungen einer Zeitreihe verfügbar.

Die vorige Fallstudie behandelte Modelle und Methoden, die für Asset-Klassen eingesetzt werden können, für die ausreichend lange und hochfrequente Zeitreihen (zum Beispiel tägliche Daten über mehrere Monate oder Jahre) beobachtet werden können, wie etwa für Aktienkurse beziehungsweise -renditen. Für viele Asset-Klassen sind jedoch nur kurze Zeitreihen und/oder wenige Beobachtungen einer Zeitreihe verfügbar, insbesondere dann, wenn die Assets nicht an Börsen beziehungsweise Märkten gehandelt werden und daher keine Marktpreise existieren. Dies trifft zum Beispiel auf neuere Asset-Klassen zu, wie etwa Windparks und damit zusammenhängende Finanzinstrumente, oder aber auch traditionellere Klassen wie beispielsweise Kredite für kleine und mittelständische Unternehmen oder Retailkunden, für die keine am Kapitalmarkt gehandelten Anleihen existieren. Für solche Kredite gibt es zwar teilweise bankinterne Historien über die Entwicklung der Kredite (zum Beispiel Kreditausfälle) – meist über wenige Jahre –, aber in der Regel nur jährliche Beobachtungspunkte, da Kreditereignisse wie zum Beispiel Ausfälle seltene Ereignisse darstellen. Diese mangelnde Datenverfügbarkeit geht mit einer enormen Auswirkung der Parameter auf Risikoprognosen einher, die mittels der Daten geschätzt werden sollen, insbesondere Korrelationen oder Abhängigkeitsparameter im Allgemeinen³. Die Auswirkung dieser Problematik hat sich in der globalen Finanzkrise 2007 bis 2009 manifestiert, die unter anderem durch Fehlbewertungen von Verbriefungen US-amerikanischer Hypothekendarlehenpools ausgelöst wurde, deren Kreditqualität und Kreditrisikokorrelationen offensichtlich (bewusst oder unbewusst) falsch eingeschätzt worden waren. Aufgrund der durch Verbriefungen gestiegenen Bedeutung der Asset-Klasse „Kredit“ für die Kapitalanlage haben auch Kreditrisikomodelle an Bedeutung gewonnen. Der Rest des Kapitels befasst sich mit der Risikomodellierung und -prognose und den Modellrisiken dieser Klasse. Viele Ergebnisse lassen sich jedoch auch auf andere Asset-Klassen, für die nur wenige Datenpunkte beobachtbar sind, übertragen.

Zur Risikoeinschätzung und -prognose von Krediten werden üblicherweise Kreditratings verwendet, über die Aussagen bezüglich der Kreditausfallwahrscheinlichkeit (Probability of Default, PD) beziehungsweise des zu erwartenden Kreditverlusts (Expected Loss, EL) abgeleitet werden. Sie sind außerdem wesentliche Inputgrößen für Kreditportfoliomodelle, die Risiken von Pools quantifizieren und prognostizieren sollen, und werden ergänzt um Parameter, die die Abhängigkeiten zwischen den Kreditrisiken messen, beispielsweise Korrelationen. Diese Modelle finden Verwendung bei der Ermittlung von zukünftig benötigtem ökonomischem Risikokapital, beispielsweise über den Value-at-Risk oder den Expected Shortfall, der Kapitalallokation auf Geschäftseinheiten und der internen Steuerung oder der Risikoquantifizierung und Bewertung von Tranchen, falls der zu bewertende Pool verbrieft wird.

Eines der bekanntesten und gängigsten Modelle ist das sogenannte asymptotische Einfaktormodell (Asymptotic Single Risk Factor Model, ASRF), das annimmt, dass die relativen Verluste in einem homogenen Pool von unendlicher Größe von einem systematischen Risikofaktor getrieben werden, der standardnormalverteilt ist.

³ Abhängigkeit ist ein allgemeineres Konzept als Korrelation. Häufig wird jedoch vereinfacht nur von Korrelation gesprochen.

⁴ Zu diesem Modell existieren zahlreiche Erweiterungen, etwa um weitere Risikofaktoren oder Modelle mit anderen Verteilungsannahmen. Ein prominentes Beispiel im Rahmen von Asset Pools und CDOs stammt von Longstaff und Rajan (2008). Eine vollständige Darstellung ist jedoch nicht das Ziel dieses Beitrags. Hier sollen die Auswirkungen geringer Datenverfügbarkeiten problematisiert werden, von denen prinzipiell jedes dieser Modelle in ähnlicher Weise betroffen ist.

Das Modell beruht auf Ansätzen von Merton (1974), Vasicek (1987) und Gordy (2000) und wird auch in den Baseler Eigenkapitalvereinbarungen für Banken zur regulatorischen Eigenkapitalunterlegung von Krediten verwendet.⁴ Die relativen Verluste beziehungsweise die Ausfallrate lässt sich damit modellieren als

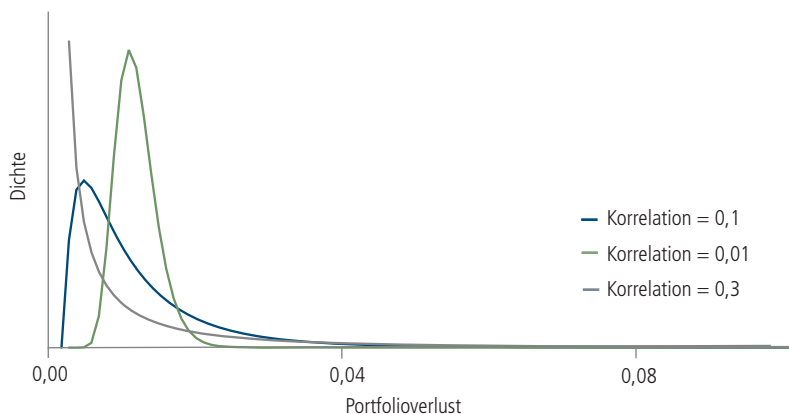
$$P = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} \cdot x}{\sqrt{1 - \rho}}\right)$$

wobei der Einfachheit halber eine Verlustquote im Falle eines Ausfalls (Loss Given Default, LGD) in Höhe von 100 Prozent angenommen wurde. Φ bezeichnet hierbei die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung, Φ^{-1} ihre Inverse, ρ ist die Korrelation der latenten Unternehmenswertrenditen der Schuldner des Pools und X bezeichnet den standardnormalverteilten Risikofaktor. Die Dichte der Ausfallrate lässt sich analytisch angeben als

$$f(p) = \frac{\sqrt{1 - \rho}}{\rho} \cdot \exp\left(\frac{1}{2}(\Phi^{-1}(p))^2 - \frac{1}{2\rho}(\Phi^{-1}(PD) - \sqrt{1 - \rho} \cdot \Phi^{-1}(p))^2\right)$$

und hängt von den zwei Parametern PD und ρ ab. Ein Beispiel mit $PD = 0,01$ (entspricht einem Prozent oder 100 Basispunkten) und $\rho \in (0,01; 0,1; 0,3)$ ist in Abbildung 18 dargestellt. Selbst für eine „kleine“ Korrelation in Höhe von 0,1 weist die Verteilung trotz der symmetrischen Normalverteilung des Risikofaktors bereits erhebliche schwere Ränder auf. Es ist weiterhin klar zu erkennen, dass die Dichte mit zunehmender Korrelation schiefer wird und damit die Wahrscheinlichkeitsmasse in die Ränder der Verteilung wandert und die Verteilung sehr sensibel auf Veränderungen des Korrelationsparameters reagiert.

Abbildung 18:
Dichte des Portfolioverlusts in Abhängigkeit von verschiedenen Korrelationen



In der Regel sind selbst in diesem einfachen Modell die beiden benötigten Parameter nicht bekannt, sondern müssen empirisch ermittelt werden. Hierfür kommen grundsätzlich zwei Methoden in Frage. Die erste Methode verwendet statistisch-ökonomische Verfahren, mittels derer die Parameter auf Basis historischer Zeitreihendaten geschätzt werden. Zu verschiedenen Verfahren vergleiche beispielsweise Rösch (2010). Hierbei spielt die Anzahl der verwendbaren Beobachtungen eine sehr große Rolle, die wie oben erwähnt in der Regel im Vergleich zu Aktienrenditen recht gering ist, gerade für typische Bankportfolios, die aus Krediten an kleine- und mittelständische Unternehmen oder Retailkrediten (zum Beispiel Hypothekendarlehen) bestehen. Eine Studie von Chernih et al. (2010) zeigt, dass die Werte für Korrelationen in vielen empirischen Studien je nach Methodik und Daten zwischen einem und 25 Prozent liegen.

Ein Anwendungsbeispiel soll diese Problematik verdeutlichen, vergleiche im Folgenden Hamerle und Rösch (2005). Im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation wurden auf Basis von Ausfallzeitreihen von zehn Jahren

Die große Spannweite der Korrelationsschätzungen verdeutlicht die erhebliche Unsicherheit.

wiederholt die Parameter des obigen Kreditrisikomodells mittels der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Abbildung 19 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung möglicher Korrelationen, die aus einer solchen Schätzung resultieren. Die große Spannweite der möglichen resultierenden Korrelationsschätzungen verdeutlicht die erhebliche Unsicherheit, die mit der Verwendung der kurzen Zeitreihe von Beobachtungen einhergeht. Die Tragweite dieser Schätzunsicherheit wird deutlich, wenn die Prognose für den Value-at-Risk (VaR) aus diesem einfachen Risikomodell betrachtet wird. Diese unterliegt dann ebenso einer Unsicherheit – je nach verwendeter Korrelation erhält man einen anderen VaR. Die Verteilung möglicher VaRs ist in Abbildung 20 dargestellt. Die Abbildung zeigt außerdem den Vergleich der Verwendung zweier unterschiedlicher Modelle, des oben dargestellten ASRF-(oder Gauß-Copula-)Modells und eines Modells, bei dem anstelle der Normalverteilung des Risikofaktors eine Student-t-Verteilung (beziehungsweise t-Copula) angenommen wurde. Man erkennt, dass die Verwendung eines alternativen Modells kaum zu unterschiedlichen Ergebnissen führt, jedoch die Unsicherheit bei der Schätzung der Korrelation (beziehungsweise allgemeiner der Abhängigkeitsparameter) sich unmittelbar und spürbar auf die Prognose für den VaR überträgt. So könnte sich anstelle eines erwarteten 95-Prozent-VaR von etwa vier Prozent des Portfoliovolumens der tatsächliche 95-Prozent-VaR mit hoher Wahrscheinlichkeit zwischen null Prozent und 15 Prozent befinden. Letzterer Wert entspricht dem knapp Vierfachen des erwarteten VaR. Die Verwendung eines geringeren Wertes birgt damit die Gefahr einer starken Risikounterschätzung. Für höhere Konfidenzniveaus für den VaR fallen diese Zahlen sogar noch drastischer aus.

Abbildung 19:
Wahrscheinlichkeitsverteilung der Korrelationen aus der Maximum-Likelihood-Schätzung

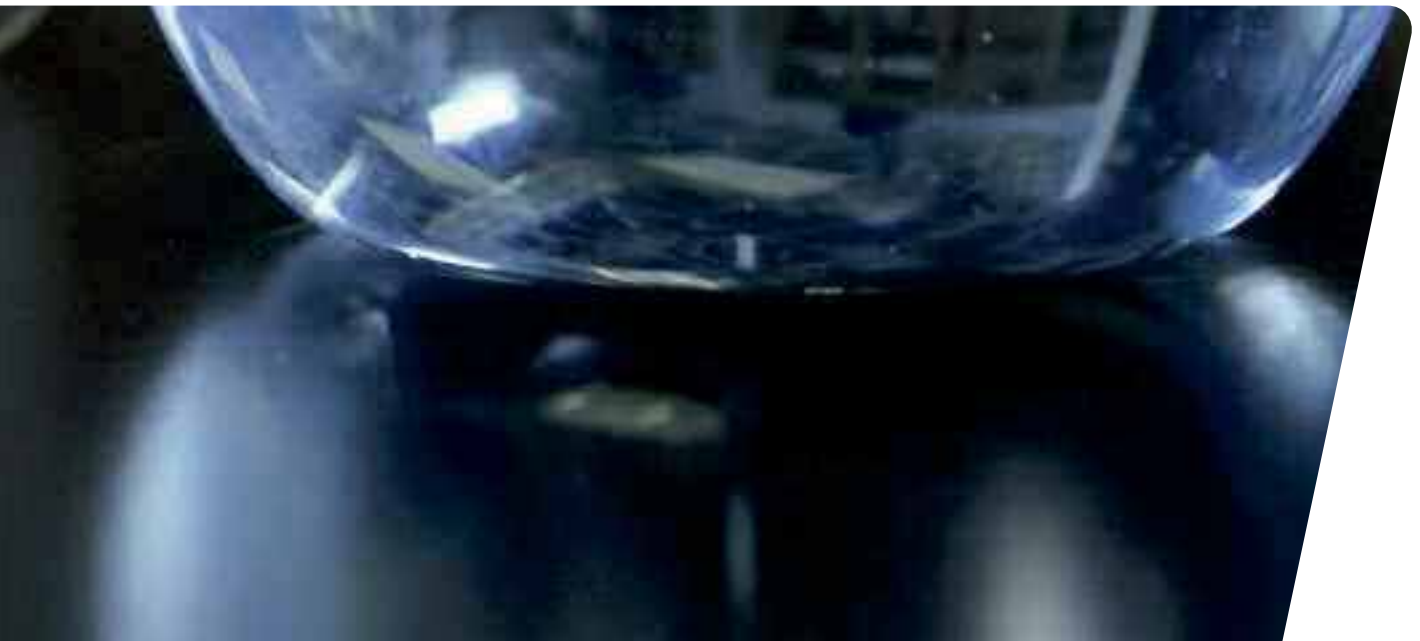
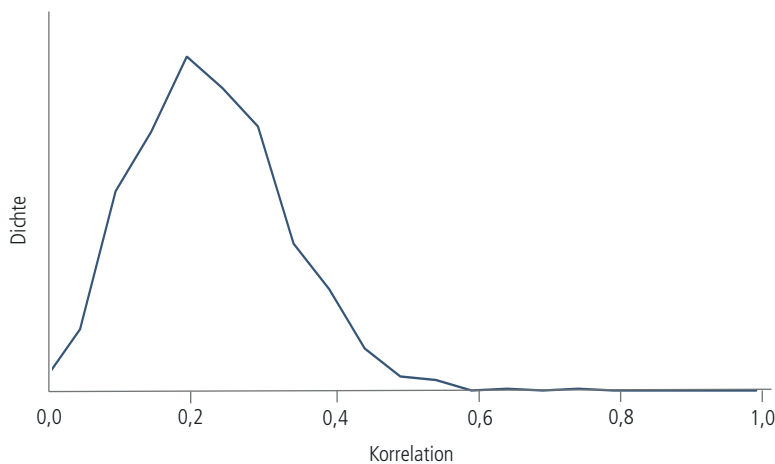
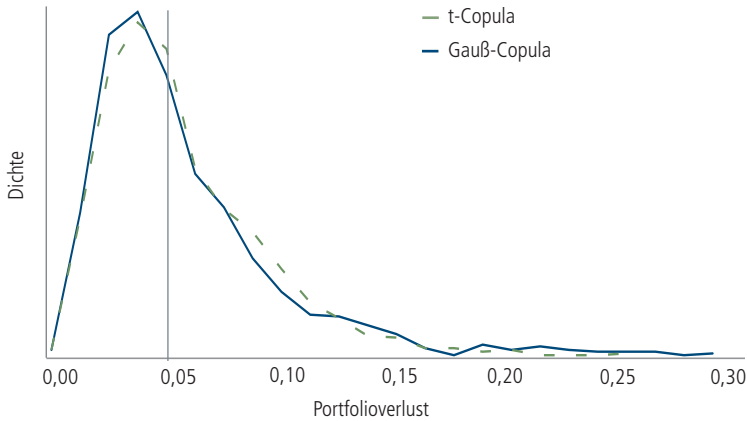


Abbildung 20:
Wahrscheinlichkeitsverteilung des Value-at-Risk hinsichtlich verschiedener Copulamodelle



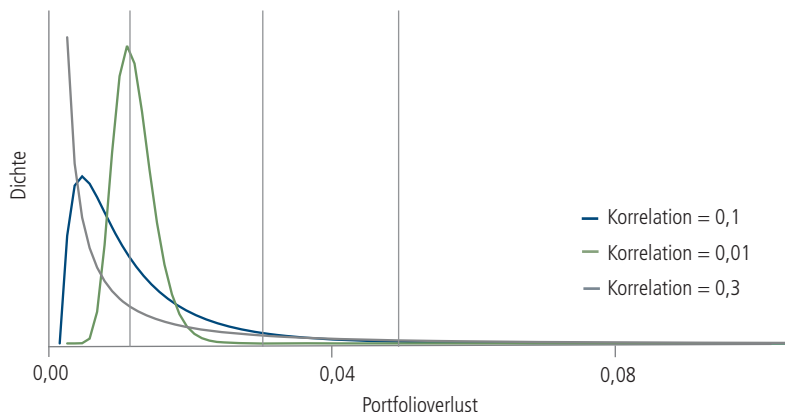
Ein weiteres Problem ergibt sich bei Weiterverkauf mittels Tranchierung eines solchen Pools aus Assets ohne ausreichende Verfügbarkeit von Preisen. Bei einer solchen Tranchierung werden die Pools des Cashflows in Senioritätsklassen eingeteilt, die analog einer Kapitalstruktur entsprechend ihrer Vor- oder Nachrangigkeit aus den Cashflows bedient werden. Typischerweise werden für die Tranchen ebenfalls Risikokennziffern, wie etwa die Ausfall- oder Impairmentwahrscheinlichkeit oder der Expected Loss, prognostiziert. Abbildung 21 zeigt eine Tranchierung mit Schnittpunkten (Attachment Levels) bei einem Prozent, drei Prozent und fünf Prozent. So erleidet etwa die zweite (dritte) Tranche eine Zahlungsstörung, wenn die Verluste im Pool ein Prozent (drei Prozent) überschreiten. Die Wahrscheinlichkeit für ein solches Impairment hängt von der prognostizierten Dichte der Poolverluste und damit im Falle der obigen einfachen Dichtefunktion wesentlich von der verwendeten Korrelation ab. Tabelle 4 zeigt die jeweiligen Werte für die Ausfallwahrscheinlichkeit und den erwarteten Verlust für die drei Tranchen in Abhängigkeit von der Korrelation. Für Tranche 3 (mit Attachment Level von drei Prozent) wird bei einer Korrelation von $\rho = 0,01$ eine Ausfallwahrscheinlichkeit von etwa null prognostiziert, während die Prognose bei einer Korrelation von $\rho = 0,1$ über vier Prozent und bei einer Korrelation von $\rho = 0,3$ sogar über acht Prozent beträgt. Würde die Tranche entsprechend ihrer PD einem Bonitätsrating unterzogen, würde sie bei der niedrigsten Korrelation von 0,01 ein Rating von AAA bekommen, bei einer vermeintlich nur etwas höheren Korrelation von 0,1 aber eine Bonitätsnote von B, bei einer Korrelation von 0,3 noch schlechter. Ähnlich verhielte es sich, wenn das Rating auf Basis des Expected Loss durchgeführt würde.⁵

⁵ Eine darüber hinausgehende Frage ist die, was genau ein Rating messen soll. So zeigen Claussen et al. (2011), dass sich gewöhnliche Unternehmensanleihen und Tranchen trotz gleichem Rating stark hinsichtlich des Gehalts an systematischem, das heißt nicht diversifizierbarem Risiko unterscheiden und Letztere stärker auf konjunkturelle Krisen reagieren können. Dies soll aus Platzgründen hier jedoch nicht weiter thematisiert werden.

Tabelle 4:
gibt die Ausfallwahrscheinlichkeit und den erwarteten Verlust in Prozent für die drei Tranchen in Abhängigkeit von der Korrelation wieder

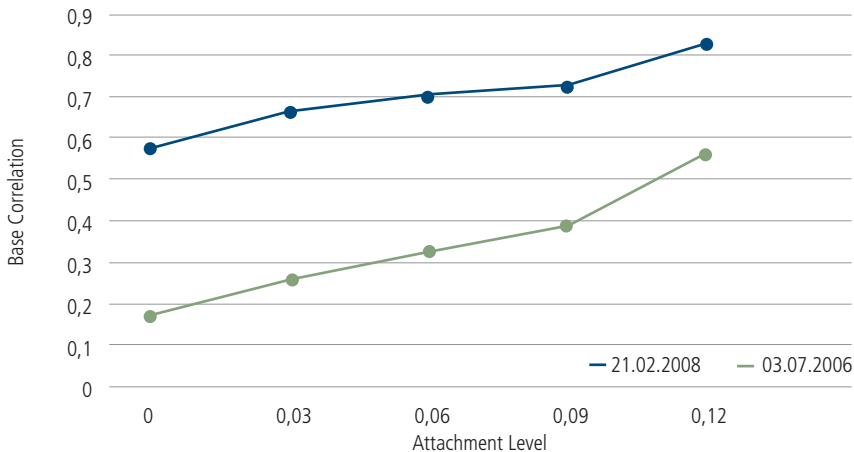
	PD			EL		
	Tranche 2	Tranche 3	Tranche 4	Tranche 2	Tranche 3	Tranche 4
$\rho = 0,01$	45,36	00,00	00,00	05,31	00,00	00,00
$\rho = 0,1$	35,29	04,32	00,77	14,18	02,02	00,01
$\rho = 0,3$	24,39	08,47	04,14	14,31	05,95	00,17

Abbildung 21:
Dichte des Portfolioverlusts in Abhängigkeit von verschiedenen Korrelationen mit entsprechenden Tranchierungen



Eine zweite Methode zur Ermittlung von Korrelationen besteht darin, aus Preisen gehandelter Derivate auf dem zu bewertenden Asset oder Portfolio ähnelnde Assets „implizite“ Korrelationen zu kalibrieren. Hierbei wird ein bestimmtes Preismodell angenommen und der oder die Abhängigkeitsparameter so bestimmt, dass der Preis unter Verwendung des Modells einem beobachteten Marktpreis des Derivats entspricht. Zur Kalibrierung der Parameter von Kreditrisikomodellen werden meist Credit Spreads von synthetischen Tranchen auf Kreditindizes (CDX oder iTraxx) verwendet. Bis zur Finanzkrise war hierzu das obige ASRF- oder Gauß-Copula-Modell das prominenteste Modell (sogenannter Marktstandard). Abbildung 22 zeigt für zwei exemplarische Handelstage die resultierenden implizite Korrelationen (sogenannte Base Correlations), die für Tranchen mit Attachment Levels von null Prozent bis drei Prozent, drei Prozent bis sechs Prozent, sechs Prozent bis zwölf Prozent und zwölf Prozent bis 22 Prozent des iTraxx-Index kalibriert wurden, vergleiche für weitere Ergebnisse Löhr et al. (2010). Es ist erstens zu erkennen, dass sich diese Korrelationen für unterschiedliche Tranchen stark unterscheiden können und für den 3. Juli 2006 zwischen knapp 20 Prozent und 60 Prozent liegen. Zweitens divergieren die Korrelationen zwischen den beiden Handelstagen (vor der Krise und in der Krise) beträchtlich. So liegen die Korrelationen am 21. Februar 2008 im Durchschnitt um etwa 0,3 höher als am 3. Juli 2006. Beide Beobachtungen weisen darauf hin, dass das einfache Modell die Preise nicht sonderlich gut zu beschreiben in der Lage ist und die Parameter zeitlich dynamisch sind.

Abbildung 22:
implizite Korrelationen in Abhängigkeit vom Attachment Level an zwei
exemplarischen Handelstagen



Es existieren daher hierzu zahlreiche Modellerweiterungen (insbesondere etwa Hull und White [2004] oder Longstaff und Rajan [2008]), die meist eine bessere Anpassungsgüte der Modelle nachweisen. Longstaff und Rajan (2008) zeigen darüber hinaus, dass sich etwa zwei Drittel der bewerteten Kreditrisiken der im Index enthaltenen Titel durch individuelle, etwa ein Viertel durch sektorale und nur knapp zehn Prozent durch systemische Ausfallrisiken erklären lassen.

Zu dieser Vorgehensweise sind einige Punkte anzumerken. Zunächst stellt sich die Frage, inwieweit Ergebnisse, die aus gehandelten Instrumenten (Credit Default Swaps, CDX oder iTraxx-CDOs) und deren Preisen gewonnen wurden, auf nicht gehandelte Asset-Klassen (zum Beispiel Mittelstands- oder Privatkundenportfolio) übertragbar sind. Zweitens muss die tatsächliche Gültigkeit der Annahmen, die üblicherweise bei Bewertungsmodellen zu Grunde gelegt werden (Arbitragefreiheit des Marktes, hohe Liquidität des Finanztitels), hinterfragt werden. Drittens erkennt man an der Vielzahl der mehr oder weniger genau kalibrierbaren Modelle wiederum ein Modell- und Parameterrisiko. Das obige Beispiel der Base Correlations zeigt, dass auch hier die Frage, welche Korrelationen für ein Risikomodell zu verwenden sind, schwer zu beantworten ist. Analoges gilt auch für zukünftige Risikoprognosen der komplexeren Modelle. Wie weiter oben gezeigt wurde, gilt, dass die Risikoeinschätzung sehr sensitiv auf Änderungen in den Abhängigkeitsparametern reagiert.

Insgesamt zeigt sich bei Finanztiteln ohne ausreichend verfügbare Daten insbesondere bei den Korrelations- und Abhängigkeitsparametern eine hohe Anfälligkeit der Risikoprognosen gegenüber Modell- und Parameterisiken. Es ist daher gerade bei geringer Datenverfügbarkeit wichtig, Risikoprognosen nicht als einzelne Kennziffer zu erstellen, sondern sich der Prognoseunsicherheit bewusst zu sein und diese transparent darzustellen. Auch die Erkenntnis, mit einem großen Unschärfbereich konfrontiert zu sein, kann für die Entscheidungsfindung wichtig sein.

Es ist bei geringer Datenverfügbarkeit wichtig, Risikoprognosen nicht als einzelne Kennziffer zu erstellen, sondern sich der Prognoseunsicherheit bewusst zu sein und diese transparent darzustellen.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Die gegenwärtige Situation an den Kapitalmärkten ist angesichts der Krisen der vergangenen Jahre von großer Unsicherheit gekennzeichnet. Dies macht sich in einer „Flight-to-Quality“ (Flucht in Qualität), also einer vermehrten Anlage in Finanztiteln mit möglichst geringem Risiko, bemerkbar und spiegelt sich auch in den Umfrageergebnissen von Union Investment wider, bei denen im Jahr 2012 83 Prozent (2011: 69 Prozent) der Befragten Sicherheit als wichtigsten Aspekt der Anlageentscheidung nennen.

Ein wichtiger erster Schritt bei der Anlageentscheidung ist die Sichtbarmachung von Risiken und damit die Erhöhung des Risikobewusstseins und die Aufdeckung von Risiko-, aber auch Chancenpotenzialen. Hierzu werden in Praxis und Wissenschaft meist Risikomodelle eingesetzt. Die große Mehrheit der Befragten hält solche Modelle für wichtig, gleichwohl wird bei der Entwicklung noch deutlicher Nachholbedarf gesehen. Über einige wesentliche Punkte soll im Folgenden ein kurzer Überblick gegeben werden.

Neben der theoretischen Modellbildung ist ein Kernproblempunkt von Risikomodelle ihre Kalibrierung beziehungsweise die statistisch-ökonomische Schätzung. Im Falle von Asset-Klassen, für die zahlreiche empirische Daten verfügbar sind, wie etwa Aktienkurszeitreihen, existieren bereits recht weit fortgeschrittene Modelle, zum Beispiel für dynamische Volatilitäten. Hier gilt es meist, die Modelle hinsichtlich der Abbildung von in den Daten sichtbaren „stilisierten Fakten“ zu verfeinern. Im Falle von Asset-Klassen ohne oder mit nur wenig verfügbaren Zeitreihendaten kann eine statistische Parameterschätzung oft nur unter vereinfachten Annahmen und unter Inkaufnahme großer Schätzunsicherheit erfolgen, was zu großen Konfidenzintervallen der Risikokennzahlen (zum Beispiel des Value-at-Risk) führt. Datenquantität, aber auch -qualität sind damit Schlüsselgrößen für die empirische Kalibrierung beziehungsweise statistische Schätzung von Modellen, auf die in der Praxis geachtet werden muss.

Die Vorgehensweise der Verwendung historischer Daten an sich kann ebenfalls kritisch hinterfragt werden. Modelle, die anhand historischer Daten kalibriert sind, bilden meist nur Effekte ab, die in der Vergangenheit bereits aufgetreten sind, und keine darin nicht enthaltenen, außergewöhnlichen Ereignisse („Schwarze Schwäne“). Hier gilt es, den Vorteil der Verfügbarkeit von Daten zu nutzen, allerdings durch Ergänzung ökonomischer Modelle um weitere Techniken, zum Beispiel über Analyse des Modellrisikos oder durch Stresstestingansätze, die Ereignisse erfassen sollen, die nicht in historischen Daten zum Ausdruck kommen. Ein weiterer Ansatz besteht in der expliziten Betrachtung des Anlageproblems als Ungewissheits- beziehungsweise Unsicherheitssituation statt als Risikosituation, das heißt unter der Voraussetzung, dass Eintrittswahrscheinlichkeiten für Umweltzustände nicht explizit bekannt sind. Hierzu in der Forschung in jüngerer Zeit entwickelte Methoden erscheinen auch für die Praxis durchaus verfolgenswert.

Die meisten Risikomodelle sind Partialmodelle und betrachten in der Regel nur einzelne Risikoarten oder Risikotreiber. In den Krisen der vergangenen Jahre wurde deutlich sichtbar, dass Risiken interdependent sind und sich gegenseitig verstärken können. In Zukunft werden daher Abhängigkeiten zwischen Risikoarten und Risikotreibern und deren Messung von verstärktem Interesse sein.

Gerade der letzte Punkt kommt auch in den Aktivitäten der Regulierungsbehörden zum Ausdruck, die ihren Fokus von der mikroprudenziellen Aufsicht immer mehr zur makroprudenziellen Aufsicht lenken und damit nicht nur die Regulierung von Einzelinstituten, sondern auch die des Gesamtsystems im Blick haben. Die Messung der Risikobeiträge einer Risikoart, Asset-Klasse oder eines einzelnen Instituts zum Risiko des gesamten Systems stellt hier in Zukunft eine wichtige Herausforderung dar.



5 Literaturverzeichnis

- Baillie, R., Bollerslev, T., Mikkelsen, H., 1996. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 74, 3 – 30.
- Bamberg, G., Coenenberg, A., Krapp, M., 2012. Betriebswirtschaftliche Entscheidungslehre, 15. Auflage, Vahlen.
- Basel Committee on Banking Supervision, 2003. Sound Practices for the Management and Supervision of Operational Risk, Bank for International Settlements.
- Bollerslev, T., 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, 307 – 327.
- Caballero, R., Krisnamurthy, A., 2008. Collective Risk Management in a Flight to Quality Episode, *Journal of Finance* 63(5).
- Chernih, A., Vanduel, S., Henrard, L., 2010. Reconciling credit correlations, *Journal of Risk Model Validation* 4, 47 – 64.
- Claussen, A., Löhr, S., Rösch, D. (2011): An Analytical Approach for Systematic Risk Sensitivities of Structured Financial Products, Working Paper, Leibniz Universität Hannover.
- Crouhy, M., Galai, D., Mark, R., 1998. Model risk, *Journal of Financial Engineering* 7, 267 – 288.
- Derman, E., 1996. Model Risk, *Quantitative Strategies Research Notes*, Goldman Sachs.
- Ding, Z., Granger, C., Engle, R., 1993. A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model, *Journal of Empirical Finance*, 1, 83 – 106.
- Engle, R., 1982. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50(4), 987 – 1.007.
- Epstein, L. G., Schneider, M., 2008. Ambiguity, Information Quality, and Asset Pricing, *Journal of Finance* 63, 197 – 228.
- European Central Bank, 2009. Credit Default Swaps and Counterparty Risk, Frankfurt am Main.
- Fama, E., 1970. Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, *Journal of Finance*, 25(2), 383 – 417.
- Fantazzini, D., 2009. The effects of misspecified marginal and copulas on computing the value-at-risk: A monte carlo study, *Computational Statistics and Data Analysis*, 53, 2.168 – 2.188.
- Garlappi, E., Uppal, R., Wang, T., 2007. Portfolio Selection with Parameter and Model Uncertainty: A Multi-Prior Approach, *Review of Financial Studies* 20, 41 – 81.
- Gordy, M., 2000. A comparative anatomy of credit risk models, *Journal of Banking and Finance* 24, 119 – 149.
- Grubel, H., Fadner, K., 2012. The interdependence of international equity markets, *Journal of Finance*, 26(1), 89 – 94.
- Hamerle, A., Rösch, D., 2005. Misspecified copulas in credit risk models: How good is Gaussian? *Journal of Risk* 8, 41 – 58.
- Hull, J., 2012. *Risk Management and Financial Institutions*, 3rd ed., Wiley.
- Hull, J., White, A., 2004. Valuation of a CDO and n-th to default CDS without monte carlo simulation, *Journal of Derivatives* 12, 8 – 23.
- Jorion, P., 2006. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 3rd ed., McGraw-Hill.
- Kanas, A., 1998. Linkages between the US and European equity markets: further evidence from cointegration tests, *Applied Financial Economics*, 8(6), 607 – 614.

- Lee, T.-H., Long, X., 2009. Copula-based multivariate garch model with uncorrelated dependent errors, *Journal of Econometrics*, 150, 207 – 218.
- Löhr, S., Mursajew, O., Rösch, D., Scheule, H., 2010: Dynamic Implied Correlation Modeling and Forecasting in Structured Finance, Working Paper, Leibniz Universität Hannover, University of Technology, Sydney.
- Longstaff, F., Rajan, A., 2008. An empirical analysis of the pricing of collateralized debt obligations, *Journal of Finance* 63, 529 – 563.
- Mandelbrot, B., 1963. The Variation of Certain Speculative Prices, *Journal of Business*, 36, 394 – 419.
- Merton, R. C., 1974. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates, *Journal of Finance* 29, 449 – 470.
- Nelson, D., 1991. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach, *Econometrica*, 59, 347 – 370.
- Patton, A. J., 2006. Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International Economic Review* 47, 527 – 556.
- Rösch, D., 2010. Credit portfolio models-statistical methods, *Encyclopedia of Quantitative Finance*.
- Rösch, D., Scheule, H. (eds.), 2008. *Stresstesting for Financial Institutions*, Risk Books.
- Saunders, A., Cornett, M. M., 2011. *Financial Institutions Management: A Risk Management Approach*, 7th ed., McGraw-Hill.
- Sibbertsen, P., Stahl, G., Luedtke, C., 2008. Measuring Model Risk, *Journal of Risk Model Validation* 2/4, 65 – 81.
- Sun, W., Rachev, S., Fabozzi, F., Kalev, P., 2009. A new approach to modeling co-movement of international equity markets: evidence of unconditional copula-based simulation of tail dependence, *Empirical Economics*, 36(1), 201 – 229.
- Taleb, N. N., 2008. *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable*, Penguin.
- Taylor, M., Peel, D., Sarno, L., 2001. Nonlinear Mean-Reversion in Real Exchange Rates: Toward a Solution to the Purchasing Power Parity Puzzles, *International Economic Review*, 42(4), 1.015 – 1.042.
- Vasicek, O., 1987. Probability of loss on loan portfolio, Working Paper, KMV Corporation.







Union Investment Institutional GmbH
Wiesenhüttenstraße 10
60329 Frankfurt am Main
Telefon: 069 2567-7652
Telefax: 069 2567-1616
www.die-risikomanager.de

Stand: November 2012
005385 11.12